

Clasa a XII-a
PROBLEMA 1
REZOLVARE

a) (3p) Fascicolul paralel incident, format din fotoni cu energii identice, este echivalent cu o undă electromagnetică monocromatică plană, a cărei lungime de undă este:

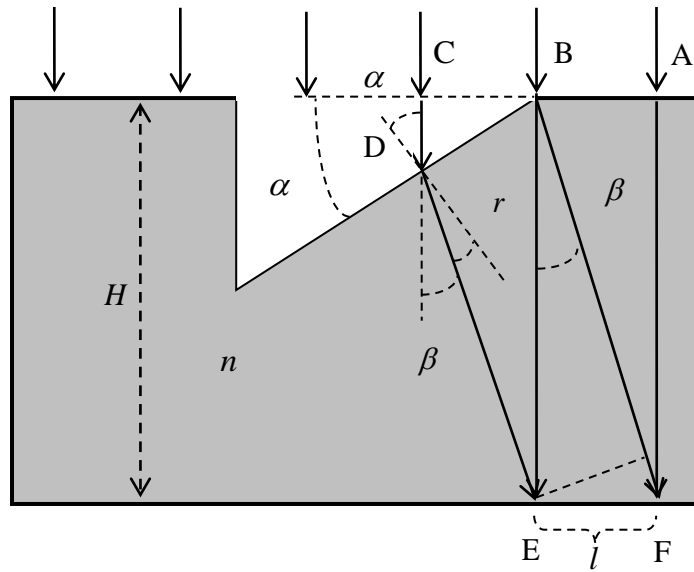
$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{c}{\frac{W}{h}} = \frac{hc}{W},$$

unde h este constanta lui Plank;

$$\lambda = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}}{4 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 4,965 \cdot 10^{-7} \text{ m}.$$

O parte a frontului plan al acestei unde cade pe sectorul plan orizontal al plăcii de sticlă, sub incidență normală, așa cum indică figura alăturată, pătrunzând în placă fără schimbarea direcției. Cealaltă parte a frontului plan al undei incidente pătrunde în adâncitura din placă, cade pe fața plană, înclinată față de orizontală cu unghiul α și intră apoi în interiorul plăcii, schimbându-și direcția prin refracție, astfel încât, unghiul de incidență fiind α , rezultă:

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= n \sin r; \quad r = \alpha - \beta; \\ \sin \alpha &= n \sin(\alpha - \beta); \quad \alpha \approx n(\alpha - \beta); \\ \beta &= \frac{n-1}{n} \alpha. \end{aligned}$$



Din condițiile precizate în enunțul problemei se știe că pe fața plană mată inferioară a plăcii se observă un tablou de interferență. Însemnează că acolo, pe fața plană inferioară a plăcii, există un sector unde sosesc și se suprapun cele două părți ale frontului de undă.

Corespunzător desenului alăturat, sectorul de pe fața mată unde se vor observa elementele interferenței este sectorul EF. Cea mai mare diferență de drum existentă între două raze care interferează într-un punct de pe sectorul EF se realizează pentru punctul F, acolo unde:

$$\begin{aligned} \delta &= 2k \frac{\lambda}{2} = k\lambda; \\ \delta_{\max} &= (BF - AF)n = n \left(\frac{H}{\cos \beta} - H \right) = nH \left(\frac{1}{\cos \beta} - 1 \right) = k_{\max} \lambda. \end{aligned}$$

În aceste condiții, rezultă:

$$\cos \beta = \frac{BE}{BF} = \frac{H}{BF}; \quad BF = \frac{H}{\cos \beta};$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} \approx \sqrt{1 - \beta^2} = (1 - \beta^2)^{1/2} \approx 1 - \frac{\beta^2}{2};$$

$$nH \left(\frac{1}{\cos \beta} - 1 \right) = k_{\max} \lambda; \quad k_{\max} = \frac{nH}{\lambda} \left(\frac{1}{\cos \beta} - 1 \right);$$

$$\frac{1}{\cos \beta} = \frac{1}{1 - \frac{\beta^2}{2}} = \left(1 - \frac{\beta^2}{2} \right)^{-1} \approx 1 + \frac{\beta^2}{2};$$

$$\frac{1}{\cos \beta} - 1 = \frac{\beta^2}{2};$$

$$k_{\max} = \frac{nH}{\lambda} \frac{\beta^2}{2}; \quad \beta = \frac{n-1}{n} \alpha; \quad \lambda = \frac{hc}{W};$$

$$k_{\max} = \frac{(n-1)^2 \alpha^2 HW}{2nhc};$$

$$k_{\max} = \left| \frac{(n-1)^2 \alpha^2 HW}{2nhc} \right| = 6.$$

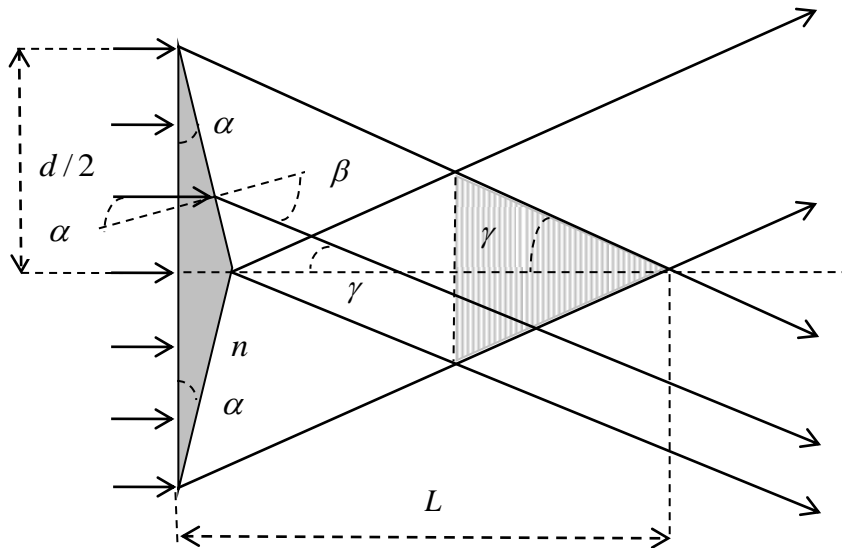
Lăţimea sectorului EF, unde se va forma tabloul de interferenţă este:

$$l = H \tan \beta \approx H\beta = H \frac{n-1}{n} \alpha.$$

b) (3p) Traversarea fiecărei prisme, aşa cum indică figura alăturată, se face în acord cu legea refracţiei luminii, astfel încât:

$$n \sin \alpha = \sin \beta; \quad n\alpha \approx \beta;$$

$$\gamma = \beta - \alpha; \quad \gamma = \alpha(n-1).$$



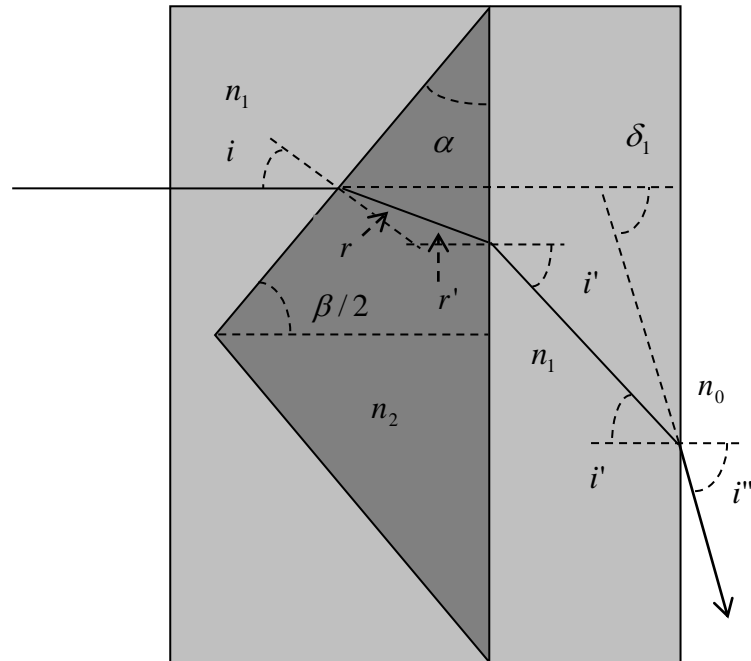
Tabloul rezultat din interferenţa celor două fascicule poate fi observat oriunde în regiunea reprezentând intersecţia celor două fascicule paralele, rezultate după traversarea prin refracţie a fiecăreia dintre cele două prisme ale sistemului.

Distanţa maximă, faţă de biprismă, unde se mai poate observa tabloul interferenţei luminii după traversarea biprisme Fresnel, este:

$$L = \frac{\frac{d}{2}}{\tan \gamma} \approx \frac{d}{2\gamma} = \frac{d}{2(n-1)\alpha} \approx 50 \text{ m.}$$

c) (3p) Dacă biprisma este înconjurată de apă, așa cum indică figura alăturată, atunci, pentru deviația razelor de lumină, rezultă;

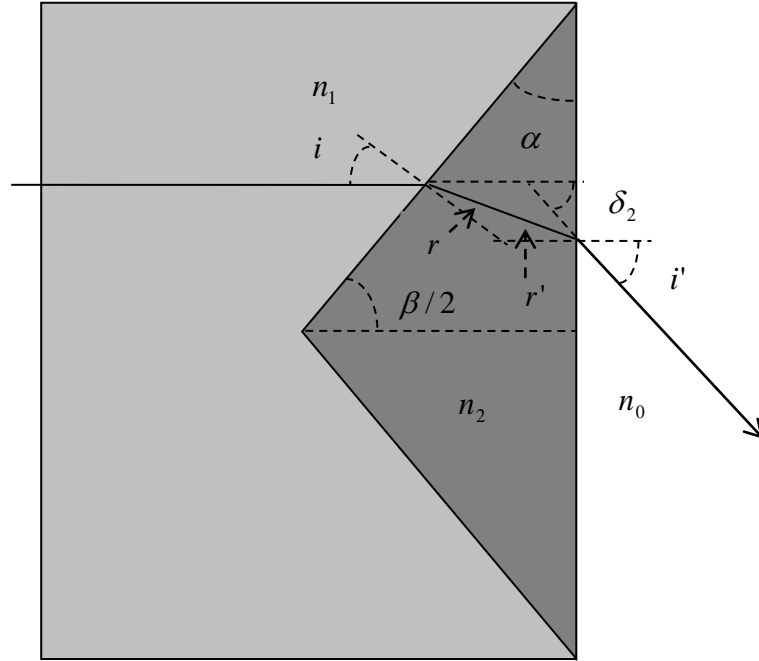
$$\begin{aligned} n_1 \sin i &= n_2 \sin r; \quad i = \alpha; \\ n_1 \sin \alpha &= n_2 \sin r; \quad n_1 \alpha \approx n_2 r; \quad \alpha + \frac{\beta}{2} = \frac{\pi}{2}; \quad \alpha = \frac{\pi - \beta}{2}; \\ n_1 \frac{\pi - \beta}{2} &= n_2 r; \quad r = \frac{n_1}{n_2} \frac{\pi - \beta}{2}; \\ \alpha + \frac{\pi}{2} - r + \frac{\pi}{2} - r' &= \pi; \quad r' = \alpha - r; \\ r' &= \frac{\pi - \beta}{2} - \frac{n_1}{n_2} \frac{\pi - \beta}{2} = \frac{\pi - \beta}{2} \frac{n_2 - n_1}{n_2}; \\ n_2 \sin r' &= n_1 \sin i'; \\ n_2 r' &= n_1 i'; \quad i' = \frac{n_2}{n_1} r'; \\ i' &= \frac{n_2}{n_1} \frac{\pi - \beta}{2} \frac{n_2 - n_1}{n_2} = \frac{\pi - \beta}{2} \frac{n_2 - n_1}{n_1}; \\ n_1 \sin i' &= n_0 \sin i''; \quad n_1 i' \approx n_0 i''; \quad i'' = \frac{n_1}{n_0} i' = \delta_1; \\ \delta_1 = i'' &= \frac{\pi - \beta}{2} \frac{n_2 - n_1}{n_0}. \end{aligned}$$



Dacă biprisma este unul din pereții vasului, așa cum indică figura alăturată, rezultă:

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r; \quad i = \alpha;$$

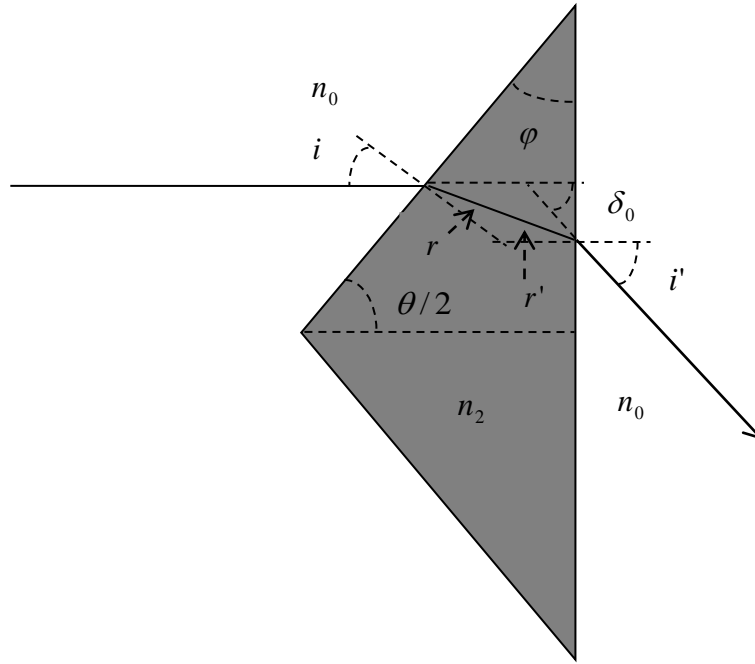
$$\begin{aligned}
n_1 \sin \alpha &= n_2 \sin r; n_1 \alpha \approx n_2 r; \alpha + \frac{\beta}{2} = \frac{\pi}{2}; \alpha = \frac{\pi - \beta}{2}; \\
n_1 \frac{\pi - \beta}{2} &= n_2 r; r = \frac{n_1}{n_2} \frac{\pi - \beta}{2}; \\
\alpha + \frac{\pi}{2} - r + \frac{\pi}{2} - r' &= \pi; r' = \alpha - r; \\
r' &= \frac{\pi - \beta}{2} - \frac{n_1}{n_2} \frac{\pi - \beta}{2} = \frac{\pi - \beta}{2} \frac{n_2 - n_1}{n_2}; \\
n_2 \sin r' &= n_0 \sin i'; \\
n_2 r' &\approx n_0 i'; i' = \frac{n_2}{n_0} r'; \\
i' &= \frac{n_2}{n_0} \frac{\pi - \beta}{2} \frac{n_2 - n_1}{n_2} = \frac{\pi - \beta}{2} \frac{n_2 - n_1}{n_0}; \\
\delta_2 &= i'; \\
\delta_2 &= \frac{\pi - \beta}{2} \frac{n_2 - n_1}{n_0} = \delta_1.
\end{aligned}$$



Pentru o altă biprismă, constituită din același material, dar aflată în aer, așa cum indică figura alăturată, rezultă:

$$\begin{aligned}
n_0 \sin i &= n_2 \sin r; i = \varphi; \\
n_0 \sin \varphi &= n_2 \sin r; n_0 \varphi \approx n_2 r; \varphi + \frac{\theta}{2} = \frac{\pi}{2}; \varphi = \frac{\pi - \theta}{2}; \\
n_0 \frac{\pi - \theta}{2} &= n_2 r; r = \frac{n_0}{n_2} \frac{\pi - \theta}{2}; \\
\varphi + \frac{\pi}{2} - r + \frac{\pi}{2} - r' &= \pi; r' = \varphi - r;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
r' &= \frac{\pi - \theta}{2} - \frac{n_0}{n_2} \frac{\pi - \theta}{2} = \frac{\pi - \theta}{2} \frac{n_2 - n_0}{n_2}; \\
n_2 \sin r' &= n_0 \sin i'; \\
n_2 r' &\approx n_0 i'; \quad i' = \frac{n_2}{n_0} r'; \\
i' &= \frac{n_2}{n_0} \frac{\pi - \theta}{2} \frac{n_2 - n_0}{n_2} = \frac{\pi - \theta}{2} \frac{n_2 - n_0}{n_0}; \\
\delta_0 &= i'; \\
\delta_0 &= \frac{\pi - \theta}{2} \frac{n_2 - n_0}{n_0}.
\end{aligned}$$



Din condiția de echivalență, rezultă:

$$\begin{aligned}
\delta_{1,2} &= \delta_0; \\
\frac{\pi - \beta}{2} \frac{n_2 - n_1}{n_0} &= \frac{\pi - \theta}{2} \frac{n_2 - n_0}{n_0}; \\
\theta &= \beta \frac{n_2 - n_1}{n_2 - n_0} + \pi \frac{n_1 - n_0}{n_2 - n_0}.
\end{aligned}$$