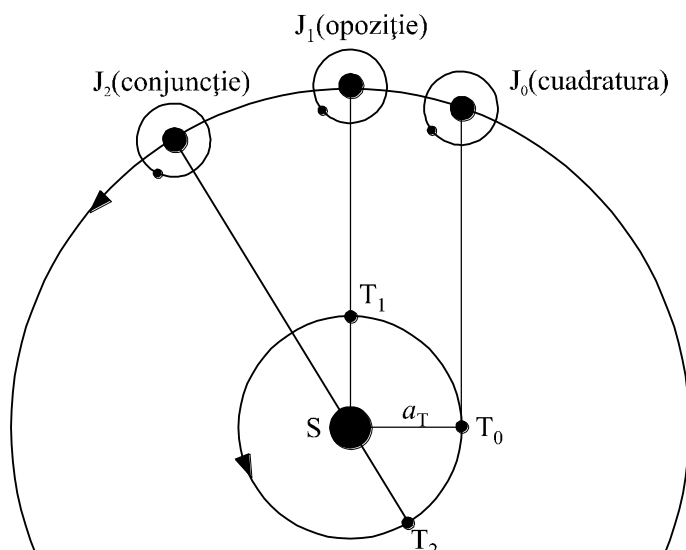


PROBLEMA 2 REZOLVARE

a) (3p) Pentru a interpreta acest rezultat, R  mer nu mai admite propagarea instantanee a luminii, accept  nd că viteza acesteia are o valoare finită (c). Pentru determinarea acesteia, utilizând figura alăturată, rezultă:



$$J_1T_1 = (t_c - 8^m18^s,5)c;$$

$$J_2T_2 = (t_c + 8^m18^s,5)c;$$

$$J_2T_2 - J_1T_1 = 2a_T = 2 \text{ U.A.};$$

$$c = \frac{2a_T}{16^m37^s} = \frac{2\text{U.A.}}{16^m37^s} = 298.896.690,1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 298.896,6901 \frac{\text{km}}{\text{s}},$$

unde U.A. este o unitate astronomică (distan  a medie dintre Soare   i P  m  nt);

$$J_1T_1 + J_2T_2 = 2t_c c;$$

$$a_J - a_T + a_J + a_T = 2t_c c;$$

$$a_J = t_c c;$$

$$t_c = \frac{a_J}{c} = 2.582 \text{ s} \approx 43 \text{ min.}$$

b) (3p) La momentul ini  ial, $t_0 = 0$, sursa de lumină trece prin originea O a sistemului de coordonate XY   i la momentul t ea este în pozi  ia $S(x)$, unde:

$$x = x(t) = vt.$$

Observatorul din A prime  te lumina trimis   de sursă atunci c  nd aceasta se afla în pozi  ia $S_0(x_0)$. Acestui semnal luminos, ca să ajungă de la sursă la observator, parcurg  nd distan  a:

$$\Delta = \sqrt{x_0^2 + d^2},$$

  i trebuie timpul:

$$\tau = \frac{\Delta}{c} = \frac{\sqrt{x_0^2 + d^2}}{c}.$$

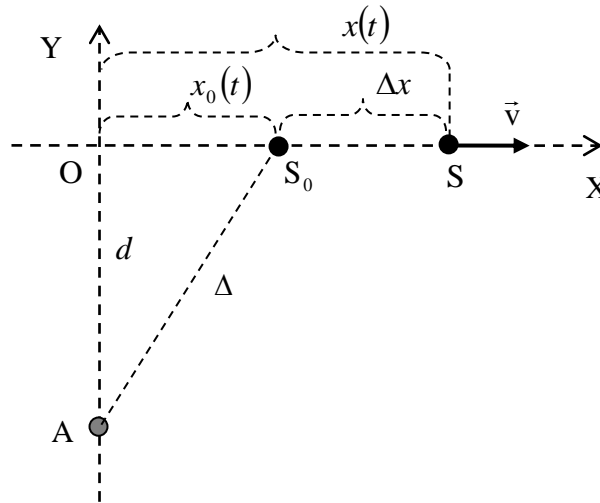
După timpul τ de la emiterea semnalului luminos, sursa a ajuns în poziția $S(x)$, parcurgând distanța:

$$\Delta x = x - x_0 = v\tau,$$

astfel încât:

$$\frac{x - x_0}{v} = \frac{\sqrt{x_0^2 + d^2}}{c}.$$

Evident, deoarece $x = x(t)$, din relația anterioară rezultă că și $x_0 = x_0(t)$, aceasta fiind coordonata de poziție a sursei în aprecierea observatorului. Într-adevăr, dacă sursa a fost în poziția $S_0(x_0)$ la momentul $(t - \tau)$ și semnalul luminos a avut nevoie de timpul τ ca să ajungă la observator, atunci, recepția semnalului la observator s-a făcut la momentul t , exact momentul când sursa este în poziția S . Ca urmare, coordonata de poziție x_0 este apreciată de observator la momentul t , astfel încât, pentru observator, $x_0 = x_0(t)$:



$$\begin{aligned} \frac{vt - x_0}{v} &= \frac{\sqrt{x_0^2 + d^2}}{c}; \\ (c^2 - v^2)x_0^2 - 2vct^2x_0 + v^2(t^2c^2 - d^2) &= 0; \\ x_0(t) &= \frac{vct^2 \pm \sqrt{v^2t^2c^4 - (c^2 - v^2)v^2(t^2c^2 - d^2)}}{c^2 - v^2}; \\ x_0(t) &= v \frac{c^2t - \sqrt{v^2c^2t^2 + d^2(c^2 - v^2)}}{c^2 - v^2}, \end{aligned}$$

ceea ce evidențiază o mișcare neuniformă apreciată de observator pentru sursa de lumină.

Pentru calculul vitezei instantanee și a accelerației instantanee ale sursei apreciate de observator, utilizând noțiuni cunoscute din analiza matematică, rezultă:

$$\begin{aligned} w = \frac{dx_0}{dt} &= \frac{vc^2}{c^2 - v^2} \left[1 - \frac{v^2t}{\sqrt{v^2c^2t^2 + d^2(c^2 - v^2)}} \right]; \\ a = \frac{dw}{dt} &= - \frac{v^3c^2d^2}{\left[v^2c^2t^2 + d^2(c^2 - v^2) \right]^{3/2}} < 0, \end{aligned}$$

ceea ce dovedește caracterul încetinit al mișcării sursei, apreciată de observator.

Evident, pentru $t = 0$, se obține valoarea maximă a accelerației apreciată de observator pentru mișcarea sursei de lumină:

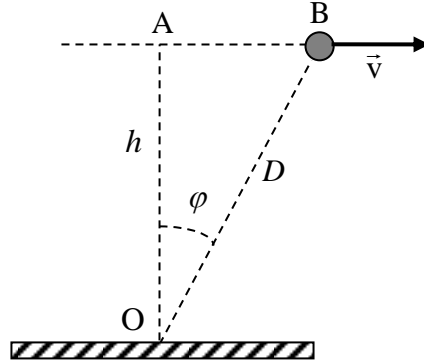
$$a_{\max} = \left| \frac{v^3 c^2 d^2}{d^3 (c^2 - v^2)^{3/2}} \right| = \frac{v^3}{cd} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-3/2}.$$

c) Dacă la momentul $t=0$ obiectul luminos trece prin punctul cel mai apropiat de observator, punctual A și dacă la momentul oarecare, $\tau > 0$, obiectul luminos a ajuns în punctual B, parcurgând distanța:

$$x = v_0 \tau = h \tan \varphi,$$

atunci observatorul din O va afla de trecerea obiectului luminos prin punctual B la ora $t > \tau$:

$$t = \tau + \frac{D}{c} = \tau + \frac{\frac{h}{\cos \varphi}}{c} = \tau + \frac{h}{c \cos \varphi},$$



astfel încât viteza obiectului luminos, v , înregistrată de observatorul din O la ora $t > \tau$, corespunzătoare momentului τ , atunci când obiectul trece prin punctual B, va fi:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{d\tau} \frac{d\tau}{dt} = v_0 \frac{1}{\frac{dt}{d\tau}};$$

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{d}{d\tau} \left(\tau + \frac{h}{c \cos \varphi} \right); \quad \varphi = \varphi(\tau);$$

$$\frac{dt}{d\tau} = 1 + \frac{h}{c} \frac{d}{d\tau} \left(\frac{1}{\cos \varphi} \right) = 1 + \frac{h}{c} \frac{\sin \varphi}{\cos^2 \varphi} \frac{d\varphi}{d\tau};$$

$$x = v_0 \tau = h \tan \varphi,$$

$$dx = v_0 d\tau = h d(\tan \varphi) = h d \left(\frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} \right) = h \frac{\cos \varphi d\sin \varphi - \sin \varphi d\cos \varphi}{\cos^2 \varphi};$$

$$d\sin \varphi = \cos \varphi d\varphi; \quad d\cos \varphi = -\sin \varphi d\varphi;$$

$$v_0 d\tau = h \frac{d\varphi}{\cos^2 \varphi}; \quad \frac{d\varphi}{d\tau} = \frac{v_0}{h} \cos^2 \varphi; \quad \frac{dt}{d\tau} = 1 + \frac{v_0}{c} \sin \varphi;$$

$$v = v_0 \frac{1}{\frac{dt}{d\tau}}; \quad v = \frac{v_0}{1 + \frac{v_0}{c} \sin \varphi}.$$

Observatorul din O vede obiectul luminos trecând prin punctual B, mai târziu decât momentul când s-a întâmplat această trecere, din cauza valorii finite a vitezei de propagare a luminii.