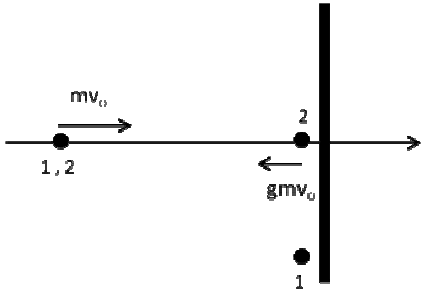
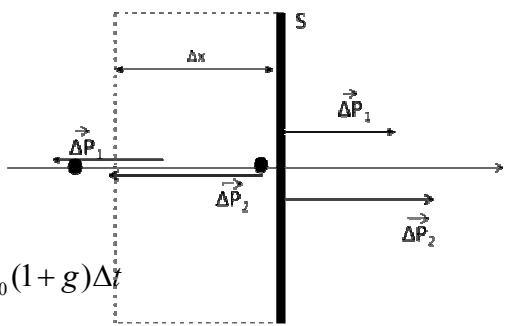
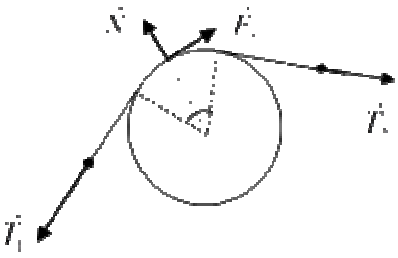
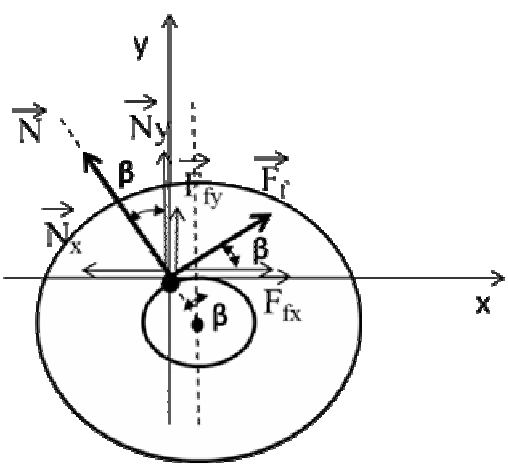
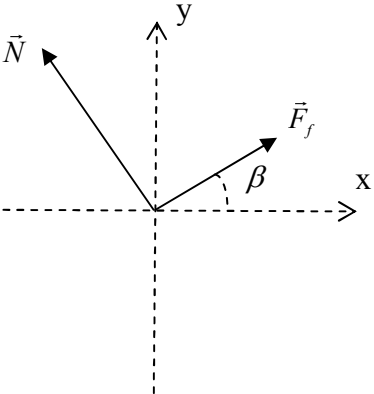


Subiectul 1	Parțial	Punctaj
1. Barem subiectul 1		10
<p>A. a) Una dintre particulele, „1” care constituie jetul și care cade la baza plăcii după interacția cu ea, își modifică impulsul cu $\Delta p_1 = mv_0$, iar particula „2” care sare înapoi își modifică impulsul cu $\Delta p_2 = mv_0(1 + g)$</p> <p>Întrun interval de timp Δt considerat placa va fi lovită de toate particulele jetului ce se afla la începutul intervalului de timp considerat întrun volum $\Delta V = S\Delta x$, unde S este suprafața normală a plăcii, iar Δx este distanța pe care urmează să o parcurgă, în acest interval de timp, jetul de particule cu viteza v_0.</p> <p>Prin urmare variația de impuls a tuturor particulelor ce vor lovi placa în intervalul de timp Δt și vor rămâne la baza plăcii va fi:</p> <p>$\Delta P_1 = fn\Delta V\Delta p_1 = fnSv_0mv_0\Delta t$, iar particulele care sar înapoi vor avea variația de impuls</p> <p>$\Delta P_2 = (1 - f)n\Delta V\Delta p_2 = (1 - f)nSv_0mv_0(1 + g)\Delta t$</p> <p>Variația de impuls a tuturor particulelor din jet care lovesc placa în intervalul de timp Δt este :</p> <p>$\Delta P = \Delta P_1 + \Delta P_2 = nmv_0^2 S\Delta t[f + (1 - f)(1 + g)] = nmv_0^2 S\Delta t(1 + g - fg)$.</p> <p>Forța ce se exercită normal pe placă este : $F = \Delta P/\Delta t$, iar presiunea este $p = F/S$.</p> <p>Rezultatul final : $p = nmv_0^2(1 + g - fg)$.</p>	 <p>1p</p>  <p>1p</p> <p>1p</p>	
<p>A. b) Presiunea este cea mai mare când tot jetul se întoarce sărind, adică $f = 0$,</p> <p>$p_{\max} = nmv_0^2(1 + g)$</p> <p>Presiunea este mai mică când jetul rămâne la baza plăcii, adică $f = 1$,</p> <p>$p_{\min} = nmv_0^2$</p> <p>Observație: considerentele anterioare fac posibilă determinarea relației de stare în cazul gazului ideal unde moleculele se întorc ca urmare a ciocnirii perfect elastice, deci $g = 1$, moleculele gazului ideal se mișcă după cele trei direcții ale spațiului cu aceeași viteză și la fel în ambele sensuri ale unei direcții. Deci pe o singură direcție și în același sens se mișcă doar 1/6 din molecule; înlocuind în p_{\max} $g = 1$ și în loc de n doar 1/6 n rezultă presiunea: $p_{\text{gaz ideal}} = 1/3 nmv_0^2$ unde m masa moleculei ideale, n concentrația volumică de molecule ideale, v_0^2 viteza pătratică medie a moleculelor gazului.</p>	1p	

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

<p>B. a)</p> $(T_1 - T_2) \cos \frac{\alpha}{2} \leq F_{f_{\max}}$ $N = (T_1 + T_2) \sin \frac{\alpha}{2} ; F_{f_{\max}} = \mu_f \cdot N$ $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \geq \frac{T_1 - T_2}{\mu_f (T_1 + T_2)}$ 	1p	
<p>B. b)</p> <p>1) Din condiția de echilibru la rotație față de centrul axului rezultă:</p> $G_1 R - G_2 R - F_f r = 0 \Rightarrow F_f = \frac{R}{r} (G_1 - G_2)$ <p>Din condițiile de echilibru la translație rezultă:</p> $F_{fx} = N_x$ $F_{fy} + N_y = G_1 + G_2$ $F_{fx} = F_f \cos \beta ; F_{fy} = F_f \sin \beta ;$ $N_x = N \sin \beta ; N_y = N \cos \beta$ $N = F_f \frac{\cos \beta}{\sin \beta}$   $F_f \sin \beta + F_f \frac{\cos^2 \beta}{\sin \beta} = G_1 + G_2 \Rightarrow \frac{F_f}{\sin \beta} (\sin^2 \beta + \cos^2 \beta) = G_1 + G_2 \Rightarrow \sin \beta = \frac{F_f}{G_1 + G_2}$	2p	1p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

$\sin \beta = \frac{R}{r} \cdot \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$		
<p>2)</p> $N = F_f \frac{\sqrt{1 - \frac{F_f^2}{(G_1 + G_2)^2}}}{\frac{F_f}{G_1 + G_2}} = \sqrt{(G_1 + G_2)^2 - F_f^2}$ $\mu = \frac{F_f}{N} = \frac{\frac{R}{r}(m_1 - m_2)}{\sqrt{(m_1 + m_2)^2 - \frac{R^2}{r^2}(m_1 - m_2)^2}}$	1p	
Oficiu		1

Subiectul 2.	Parțial	Punctaj
2. Barem subiect 2		10
<p>A. $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta m_{ardere} v_e}{\Delta t} = Q_{ardere} v_e$; unde v_e este viteza de evacuare a gazelor rezultate, iar Q_{ardere} este debitul masic al gazelor rezultate.</p> <p>Fie $Q = Q_H + Q_O \Rightarrow \Delta m_O + \Delta m_H = Q \cdot \Delta t$</p> <p>$\Delta m_O + \Delta m_H = \Delta m_{H_2O} + \Delta m_{H_2O_2} + \Delta m_{O_3}$;</p> <p>$\Delta m = \nu \cdot \mu \Rightarrow \Delta m_O = 3 \cdot \mu_{O_2} = 96 \frac{g}{mol}$; $\Delta m_H = 2 \cdot \mu_{H_2} = 4 \frac{g}{mol}$</p> <p>$\Delta m_{H_2O} = (\Delta m_O + \Delta m_H) \frac{\mu_{H_2O}}{2\mu_{H_2} + 3\mu_{O_2}} = \frac{9}{50} (\Delta m_O + \Delta m_H)$</p> <p>$\Delta m_{H_2O_2} = (\Delta m_O + \Delta m_H) \frac{\mu_{H_2O_2}}{2\mu_{H_2} + 3\mu_{O_2}} = \frac{17}{50} (\Delta m_O + \Delta m_H)$</p> <p>$\Delta m_{H_3} = (\Delta m_O + \Delta m_H) \frac{\mu_{O_3}}{2\mu_{H_2} + 3\mu_{O_2}} = \frac{12}{25} (\Delta m_O + \Delta m_H)$</p> <p>$Q_{H_2O} = \frac{9}{50} Q$; $Q_{H_2O_2} = \frac{17}{50} Q$; $Q_{O_3} = \frac{12}{25} Q$</p> <p>$PV = \frac{m}{\mu} RT$; $Q_{ardere} = \frac{\Delta m_{ardere}}{\Delta t} = \frac{\rho \Delta V}{\Delta t} = S v_e \rho \Rightarrow v_e = \frac{Q_{ardere} RT}{SP\mu}$</p> <p>$\Delta p = Q_{ardere} v_e \Delta t \Rightarrow F = Q_{ardere} v_e$</p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

$F = F_{H_2O} + F_{H_2O_2} + F_{O_3} = \frac{Q^2 RT}{2500SP} (\frac{81}{\mu_{H_2O}} + \frac{289}{\mu_{H_2O_2}} + \frac{576}{\mu_{O_3}})$																			
B.																			
a) Cilindrul fiind metalic are o bună conductivitate termică și fiind în contact cu aerul atmosferic are aceeași temperatură ca acesta; la fel lichidul are aceeași temperatură cu a aerului atmosferic. În timpul intrării lichidului în cilindru, aerul este supus unui proces izoterm. În cazul în care a intrat un volum de lichid egal cu fracțiunea f din volumul inițial al cilindrului putem scrie ecuația procesului izoterm între cele două stări pentru aerul din perna de aer $p_0V_0 = pV$ unde $V = (1 - f)V_0$ substituind în ecuație obținem: $f = 1 - \frac{p_0}{p}$ ceea ce reprezintă cerința, adică : $f = F(p)$		1p																	
b) $\frac{1}{5} = 1 - \frac{p_0}{p}$ de unde rezultă : $p_1 = \frac{5}{4}p_0$, fracțiunea $f = \frac{Sh}{SH_0} = \frac{h}{H_0}$ unde H_0 este înălțimea cilindrului.		0,5p																	
c) <table><tr><td>f</td><td>0</td><td>1/3</td><td>1/2</td><td>2/3</td><td>3/4</td><td>4/5</td><td>5/6</td></tr><tr><td>p(atm)</td><td>p_0</td><td>$3/2p_0$</td><td>$2p_0$</td><td>$3p_0$</td><td>$4p_0$</td><td>$5p_0$</td><td>$6p_0$</td></tr></table> <div></div>		f	0	1/3	1/2	2/3	3/4	4/5	5/6	p(atm)	p_0	$3/2p_0$	$2p_0$	$3p_0$	$4p_0$	$5p_0$	$6p_0$		
f	0	1/3	1/2	2/3	3/4	4/5	5/6												
p(atm)	p_0	$3/2p_0$	$2p_0$	$3p_0$	$4p_0$	$5p_0$	$6p_0$												
Sau O reprezentare a dependentei : $f = G(1/p)$ duce la o dependent liniara, conform graficului. <table><tr><td>f</td><td>0</td><td>1/3</td><td>1/2</td><td>2/3</td><td>3/4</td><td>4/5</td><td>5/6</td></tr><tr><td>1/p(atm)</td><td>$1/p_0$</td><td>$2/3p_0$</td><td>$1/2p_0$</td><td>$1/3p_0$</td><td>$1/4p_0$</td><td>$1/5p_0$</td><td>$1/6p_0$</td></tr></table>		f	0	1/3	1/2	2/3	3/4	4/5	5/6	1/p(atm)	$1/p_0$	$2/3p_0$	$1/2p_0$	$1/3p_0$	$1/4p_0$	$1/5p_0$	$1/6p_0$	1,5p	
f	0	1/3	1/2	2/3	3/4	4/5	5/6												
1/p(atm)	$1/p_0$	$2/3p_0$	$1/2p_0$	$1/3p_0$	$1/4p_0$	$1/5p_0$	$1/6p_0$												

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

<p>C.</p>	<p>3p</p>	
<p>a) Lucrul mecanic este aria trapezului isoscel</p> $L = \frac{(P_2 - P_1)[(V_4 - V_1) + (V_3 - V_2)]}{2}$ $L = \frac{10^5 \frac{N}{m^2} \cdot 4 \cdot 10^{-3} m^3}{2} = 200 J$	<p>1p</p>	
<p>b) $\Delta U = \nu C_V \Delta T$ $\Delta U = \nu C_V (T_3 - T_X)$ $\Delta U = \nu C_V \left[\frac{P_3 V_3 - P_X V_X}{\nu R} \right]$</p> <p>Dreapta care trece prin punctele 3 și 4 are ecuația $P = a \cdot V + b$</p> $P_X = a \cdot V_X + b$ $\Delta U = \nu C_V \left[\frac{P_3 V_3 - (a V_X + b) V_X}{\nu R} \right]$ $\Delta U = \frac{3}{2} (P_3 V_3 - a V_X^2 - b V_X)$ <p>ΔU este maxim pentru:</p> $-2a V_X - b = 0 \Rightarrow V_X = -\frac{b}{2a}$ <p>$P_3 = a \cdot V_3 + b$ rezultă $a = -10^8 \frac{N}{m^5}$ și $b = 5 \cdot 10^5 Pa$</p> <p>$V_X = 2,5 \cdot 10^{-3} m^3 = 2,5 L$ și $P_X = 2,5 \cdot 10^5 Pa$</p>	<p>1p</p> <p>1p</p>	
<p>Oficiu</p>		<p>1</p>

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiectul 3	Parțial	Punctaj
3. Barem subiect 3		10
a) $P \cdot V = \frac{m}{\mu} \cdot R \cdot T$; $\rho_a = \frac{P \cdot \mu}{R \cdot T}$; $\rho_a = 1,16 \frac{kg}{m^3}$	1p	
b) Transformări izoterme $P_1 \cdot V_1 = P_1' \cdot V_1'$ $P_2 \cdot V_2 = P_2' \cdot V_2'$ $P_0 \left(\frac{L-h}{2} \right) = P_2' \left(L - \frac{h}{2} \right)$	1p	
Condiția de echilibru pentru tubul T_1 $P_0 \cdot 4\pi r^2 = F + P_2' \cdot \pi r^2 + P_1' (4\pi r^2 - \pi r^2)$ $P_1' = P_2' = P_0 \cdot \frac{\frac{L-h}{2}}{L - \frac{h}{2}} = \frac{P_0 (L-h)}{2L-h}$ $F = 4\pi r^2 \left(P_0 - \frac{P_0 (L-h)}{2L-h} \right)$ $F = 4\pi r^2 P_0 \cdot \frac{L}{2L-h}$ $F = \frac{20000N}{9} = 2222,2N$	1p	
c) $P_1 \cdot V_1 = P_1' \cdot V_1'$ $P_2 \cdot V_2 = P_2' \cdot V_2'$ $P_0 \left(\frac{L-h}{2} \right) \cdot \pi r^2 = P_1' (4\pi r^2 \cdot a + \pi r^2 \cdot b)$	1p	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

$$P_0 \left(\frac{L-h}{2} \right) \cdot \pi r^2 = P_2 (L-h-b) \cdot \pi r^2$$

$$y_2 = a + b$$

Masa pistonului mobil

$$m_p = \rho \cdot \pi r^2 \cdot h$$

$$\text{Masa tubului } T_1 \quad m_1 = \rho (4\pi r^2 - \pi r^2) \cdot L = 3\pi r^2 \rho L$$

La echilibru:

$$\text{Pentru piston: } P_1' \cdot \pi r^2 + m_p \cdot g = P_2' \cdot \pi r^2$$

$$\text{Pentru tub: } P_0 \cdot 4\pi r^2 = m_1 \cdot g + P_2' \cdot \pi r^2 + P_1' (4\pi r^2 - \pi r^2)$$

Din condițiile de echilibru obținem relațiile:

$$P_1' + \rho gh = P_2' \quad \text{și} \quad 4P_0 = 3\rho Lg + P_2' + 3P_1'$$

$$4P_0 = 3\rho Lg + P_2' + 3(P_2' - \rho gh)$$

$$P_2' = P_0 - \frac{3}{4} \rho g (L-h)$$

$$P_2' = 85000 \text{ Pa}$$

$$P_1' = 80000 \text{ Pa}$$

$$L-h-b = \frac{P_0 \cdot \frac{L-h}{2}}{P_2'}$$

$$b = (L-h) \cdot \frac{(2P_2' - P_0)}{2P_2'} \Rightarrow b = 32,9 \text{ cm}$$

$$4a + b = \frac{P_0 (L-h)}{2P_1'} \Rightarrow a \approx 4,3 \text{ cm}$$

$$y_2 = 32,9 \text{ cm} + 4,3 \text{ cm} = 37,2 \text{ cm}$$

Pentru a doua situație:

$$P_1 \cdot V_1 = P_1' \cdot V_1'$$

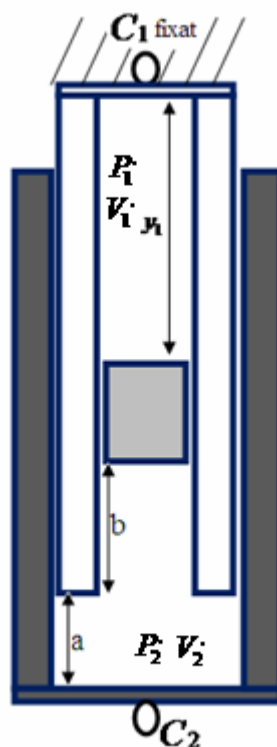
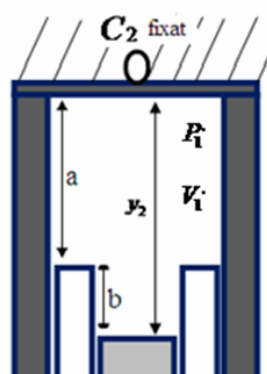
$$P_2 \cdot V_2 = P_2' \cdot V_2'$$

$$P_0 \left(\frac{L-h}{2} \right) \cdot \pi r^2 = P_1' (L-h-b) \cdot \pi r^2$$

$$P_0 \left(\frac{L-h}{2} \right) \cdot \pi r^2 = P_2' (4\pi r^2 \cdot a + \pi r^2 \cdot b)$$

$$y_1 = L-h-b$$

$$\text{Masa pistonului mobil } m_p = \rho \cdot \pi r^2 \cdot h$$



1p

1p

0,5p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

<p>Masa tubului $T_2 \quad m_2 = \rho(9\pi r^2 - 4\pi r^2) \cdot L = 5\pi r^2 \rho L$</p> <p>La echilibru:</p> <p>Pentru piston: $P_1 \cdot \pi r^2 + m_p \cdot g = P_2 \cdot \pi r^2$</p> <p>Pentru tub: $P_0 \cdot 9\pi r^2 = m_2 \cdot g + P_2 \cdot 4\pi r^2 + P_0(9\pi r^2 - 4\pi r^2)$</p> <p>Din condițiile de echilibru obținem relațiile:</p> $P_1 + \rho gh = P_2$ $P_2 = 4P_0 - 5\rho gL$ $P_0 \left(\frac{L-h}{2} \right) = P_1 (L-h-b) = (P_2 - \rho gh) \cdot y_1 = (4P_0 - 5\rho gL - \rho gh) \cdot y_1$ $y_1 = \frac{P_0 \left(\frac{L-h}{2} \right)}{(4P_0 - 5\rho gL - \rho gh)}$ $y_1 = \frac{16}{27} m = 59,26 \text{ cm}$	0,5p	
	1p	
Oficiu		1

Barem propus (în ordine alfabetică) de:
prof. Florin Moraru – Colegiul Național „Nicolae Bălcescu”, Brăila
prof. Ioan Pop – Colegiul Național „Mihai Eminescu”, Satu Mare
prof. Victor Stoica – Inspectoratul Școlar al Municipiului București

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.