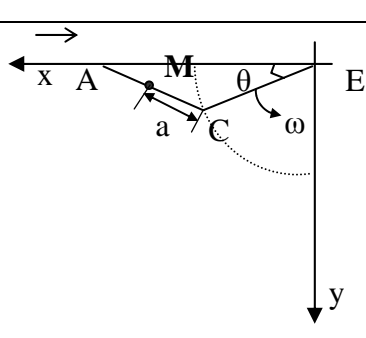
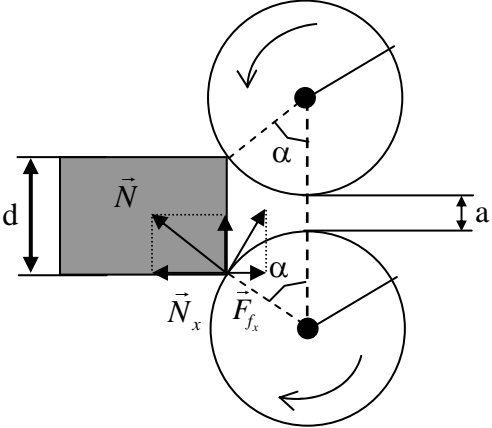
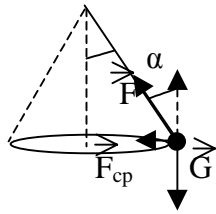


Subiect	Parțial	Punctaj
<b>1.</b> Subiect 1, total:		10
<p><b>A</b></p> <p><math>\theta = \omega t</math></p> 		
<p>Coordonatele punctului <b>M</b> față de punctul <b>E</b> sunt :</p> $\begin{cases} x = EC \cos \theta + CM \cos \theta = (L + a) \cos \theta \\ y = EC \sin \theta - CM \sin \theta = (L - a) \sin \theta \end{cases}$		2
<p>Eliminând parametrul variabil <math>\theta</math> din cele două ecuații rezultă:</p> $\begin{cases} x^2 = (L + a)^2 \cos^2 \theta \\ y^2 = (L - a)^2 \sin^2 \theta \end{cases}$		
$\frac{x^2}{(L + a)^2} + \frac{y^2}{(L - a)^2} = 1 \quad (\text{traectoria este o elipsă-nu se punctează})$		1
$\begin{cases} v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = (L + a) \frac{\cos \omega(t + \Delta t) - \cos \omega t}{\Delta t} \\ v_y = \frac{\Delta y}{\Delta t} = (L - a) \frac{\sin \omega(t + \Delta t) - \sin \omega t}{\Delta t} \end{cases}$		1
$\frac{\cos \omega(t + \Delta t) - \cos \omega t}{\Delta t} = - \frac{2 \sin \frac{\omega(t + \Delta t) + \omega t}{2} \sin \frac{\omega(t + \Delta t) - \omega t}{2}}{\Delta t} =$ $= - \frac{\sin \omega \left( t + \frac{\Delta t}{2} \right) \sin \frac{\omega \Delta t}{2}}{\frac{\omega \Delta t}{2}} \omega$ $\Delta t \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{\sin \frac{\omega \Delta t}{2}}{\frac{\omega \Delta t}{2}} \rightarrow 1, \quad \text{iar} \quad \frac{\omega \Delta t}{2} \rightarrow 0$ $\frac{\cos \omega(t + \Delta t) - \cos \omega t}{\Delta t} = -\omega \sin \omega t$		
In aceeași manieră se demonstrează că:		

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect	Parțial	Punctaj
$\frac{\sin \omega(t + \Delta t) - \sin \omega t}{\Delta t} = \omega \cos \omega t$ $v_x = -(L + a)\omega \sin \omega t$ $v_y = (L - a)\omega \cos \omega t$ $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$		
$v = \omega \sqrt{(L^2 + a^2) - 2La \cos 2\omega t}$		1
<p><b>B.</b></p> 		
<p>a.</p> $F_{f_x} = 2N\mu \cos \alpha \quad (\text{din motive de simetrie})$ $N_x = 2N \sin \alpha \quad (\text{din motive de simetrie})$		1
$2\mu N \cos \alpha > 2N \sin \alpha$ $\operatorname{tg} \varphi > \operatorname{tg} \alpha$		
$\varphi > \alpha$		1
<p>b.</p> <p>dimensiunea cerută este baza mica a trapezului isoscel, iar condiția este:</p> $d + 2R \cos \alpha = a + 2R$ $d = a + 2R(1 - \cos \alpha)$		1
$\operatorname{tg} \alpha < \mu$ $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}$ $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}}$		

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect	Parțial	Punctaj
$d = a + 2 R \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}} \right)$		1
Oficiu		1
<b>2. Subiect 2, total:</b>		10
<p><b>A.</b> Forța medie de presiune produsă de radiațiile solare asupra Pământului este neglijabilă față de forța de atracție gravitațională asupra Pământului:</p> <p><math>F_{\text{atracție}}/F_{\text{presiune}} = 6 \cdot 10^{13}</math>, unde <math>F_{\text{atracție}} = \frac{K M_S M_P}{R_{P-S}^2} = 3,6 \cdot 10^{22} \text{ N}</math></p>	1+1	2
<p><b>B.</b> Din condiția de echilibru pe verticală și din expresia forței centripete obținem componentele forței de tensiune din firul care descrie un pendul conic :</p> <p><math>F_{\text{vertic}} = F \cos \alpha = mg</math></p> <p><math>F_{\text{oriz}} = F_{\text{cp}} = m a_{\text{cp}} = \frac{mv^2}{r} = 0,8 \text{ N}</math></p> <p>Rezultă <math>F = \sqrt{F_{\text{oriz}}^2 + F_{\text{vertic}}^2} \approx 1 \text{ N}</math>.</p> <div data-bbox="861 873 1077 1086" data-label="Image">  </div> <p><math>\text{ctg} \alpha = \frac{F_{\text{vertic}}}{F_{\text{oriz}}} = \frac{F \cos \alpha}{F_{\text{cp}}} = \frac{mg}{\frac{mv^2}{r}} = \frac{0,6}{0,8} = \frac{3}{4}</math></p>	2  2	4
<p><b>C.</b> <math>F_{\text{cp}} = F_{\text{atractie}} = \frac{M 4 \pi^2 R}{T^2} = 2 \cdot 10^{20} \text{ N}</math>.</p> <p>Obținem <math>a_{\text{cp}} = F_{\text{cp}}/M = 2,72 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2</math></p> <p>În ultimul caz <math>a_{\text{cp}} = \omega^2 R = 4 \pi^2 f^2 R = 3,94 \cdot 10^3 \text{ m/s}^2</math>; <math>a'_{\text{cp}} \gg a_{\text{cp}}</math></p>	1,5 1,5	3
Oficiu		1

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

<b>3. Subiect 3, total:</b>		10
<p><b>A.</b> Din expresia energiei potențiale gravitaționale</p> $E_{\text{pot-gravit}} = -\frac{KMm}{r}, \text{ unde } r \text{ –distanța față de centrul acestuia crește de la } r = R \text{ la } r = R + h, \text{ rezultă expresia corespunzătoare a variației energiei potențiale gravitaționale :}$ $\Delta E_{\text{pot-gravit}} = -\frac{KMm}{R+h} - \left[ -\frac{KMm}{R} \right] = \frac{KMmh}{(R+h)R}.$ <p>Când corpul de masă <math>m</math> se găsește la înălțimea <math>h \ll R</math>, unde <math>R = R_p = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}</math> rezultă</p> $E_{\text{pot-gravit}} \approx \frac{KMmh}{R^2}. \text{ Deoarece știm relația } g_{\text{gravit}} = \frac{KM}{R^2}, \text{ rezultă}$ $\Delta E_{\text{pot-gravit}} = mgh$	2	1
<p><b>B.</b> Dacă la <math>r = R + h</math> considerăm energia cinetică <math>E_c = 0</math>, din legea conservării energiei:</p> $0 - \frac{KMm}{r} = \frac{mv^2}{2} - \frac{KMm}{R} \text{ obținem } v = \sqrt{2KM \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right)}$ <p>Folosim relația <math>g_{\text{gravit}} = \frac{KM}{R^2}</math> și obținem :</p> $v = \sqrt{2gR^2 \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R+h} \right)} = \sqrt{2gR^2 \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R+h} \right)} = \sqrt{\frac{2gRh}{R+h}}$ <p>Dacă <math>h \ll R</math>, atunci <math>R + h \approx R</math> și obținem relația cunoscută <math>v = \sqrt{2gh}</math></p>	2	1
<p><b>C.</b> Din legea de conservare a energiei <math>E_{\text{tot}} = \frac{mv_{\text{evadare}}^2}{2} - \frac{KMm}{R} = 0 + 0 = 0</math></p> <p>obținem relația <math>v = \sqrt{\frac{2KM}{R}}</math>. In cazul Pământului obținem <math>v = 11,2 \text{ Km/s}</math></p> <p>În cazul Soarelui obținem <math>v_s \approx 620 \text{ Km/s}</math></p> <p>Soarele ar deveni o „gaură neagră” în Univers dacă</p> $c = \sqrt{\frac{2KM}{R}} \Rightarrow R = \frac{2KM}{c^2} \approx 3Km$	1	1
Oficiu		1

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.