

Subiect	Parțial	Punctaj
Subiect 1, total:		10 puncte
<p>a) La distanța z fata de centrul inelului, pe axul acestuia, forța care acționează asupra corpului electrizat este:</p> $F_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{R^3} z; \quad \mathbf{1 \text{ punct}}$ $F_z = kz; \vec{F}_z = -k\vec{z}.$ <p>Oscilațiile mici ale corpului cu sarcina electrică q, executate de-a lungul axului perpendicular pe planul inelului, în centrul acestuia sunt armonice. 0,5 puncte</p> <p>Rezulta:</p> $k = m\omega^2; T = 4\pi R \sqrt{\frac{\pi\epsilon_0 mR}{qQ}}. \quad \mathbf{0,5 \text{ puncte}}$		2 puncte
<p>b) Forța care acționează asupra corpului punctiform electrizat, la distanța x fata de centrul inelului, în planul acestuia, este:</p> $F_x = \frac{qQ}{8\pi\epsilon_0 R^2} \int_0^{2\pi} \left(1 + \frac{2x \cos \beta}{R}\right) \cos \beta d\beta; \quad \mathbf{1 \text{ punct}}$ $F_x = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R^3} x; \quad \mathbf{1 \text{ punct}}$ $F_x = kx; \vec{F}_x = -k\vec{x}.$ <p>Oscilațiile mici ale corpului cu sarcina q, executate de-a lungul diametrului inelului sunt armonice. 0,5 puncte</p> <p>Rezulta:</p> $k = m\omega^2; T = 4\pi R \sqrt{\frac{\pi\epsilon_0 mR}{qQ}}. \quad \mathbf{0,5 \text{ puncte}}$ <p>Perioada rotației electronului ionului hidrogenoid în jurul nucleului acestuia este aceeași cu expresiile stabilite anterior. 1 punct</p>		4 puncte
<p>c) Intensitatea câmpului electric generat de un sector elementar al discului, într-un punct de pe axul discului, la distanța z fata de planul discului, este:</p> $dE_z = \frac{Q}{4\pi^2 \epsilon R^2} \frac{z \rho d\rho d\theta}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}}. \quad \mathbf{0,25 \text{ puncte}}$ <p>Ca urmare, intensitatea câmpului rezultat, în punctul considerat, este:</p> $E_z = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R^2} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}}\right). \quad \mathbf{0,25 \text{ puncte}}$ <p>Forța care acționează asupra corpului punctiform electrizat, aflat pe axul comun al discurilor, la distanța Δz fata de poziția sa de echilibru este:</p> $F = \frac{qQ}{\pi\epsilon_0 R^3} \Delta z; F = k\Delta z; \vec{F} = -k\Delta\vec{z}. \quad \mathbf{1,50 \text{ puncte}}$		3 puncte

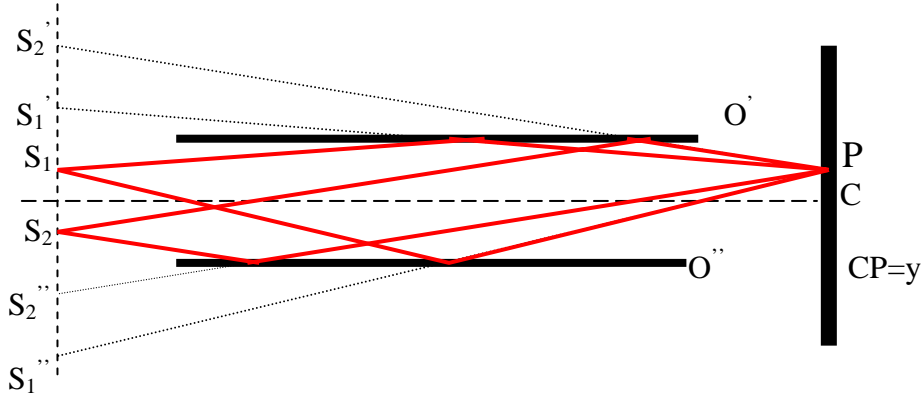
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect	Parțial	Punctaj
<p>Oscilațiile mici ale corpului electrizat sunt armonice. 0,5 puncte</p> <p>Rezulta:</p> $k = m\omega^2; T = 2\pi R \sqrt{\frac{\pi\epsilon_0 mR}{qQ}}. \text{ 0,5 puncte}$		
Oficiu		1 punct
Subiect 2, total:		10 puncte
<p>A)</p> <p>-Desen corect cu traiectele luminoase principale posibile (0,5 puncte)</p> <p>Din motive de simetrie traiectul luminos nu poate fi decat cel al unui poligon regulat cu un numar par de laturi (patrat, hexagon, octogon,...) inscris in cercul de raza R.</p> <p>- Evaluarea unghiurilor de incidenta principale posibile (1,5 puncte)</p> <p>Daca poligonul are $2k$ laturi ($k = 2, 3, \dots$) suma unghiurilor interioare este $\beta_k = 2\pi(k-1)$. Pe de alta parte unghiurile de incidenta la interfata semicirculara gheata-aer sunt date de $\alpha_k = \frac{1}{2} \left(\frac{\beta_k}{2k} \right) = \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{1}{k} \right), k = 2, 3, 4, \dots$</p> <p>Concret: $\alpha_2 = 45^\circ; \alpha_3 = 60^\circ; \alpha_4 = 67,5^\circ; \alpha_5 = 72^\circ; \dots$</p> <p>-Determinarea unghiului de reflexie totala si compararea sa cu unghiurile de incidenta principale posibile (1 punct)</p> <p>Unghiul de reflexie totala este: $\theta_c = \arcsin \frac{1}{n} = 50,28^\circ$. Se constata ca</p>		4

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect	Parțial	Punctaj
<p>$\alpha_2 < \theta_c$. În schimb $\alpha_k > \theta_c$ când $k \geq 3$.</p> <p>-Excluderea traiectului de tip patrat inscris in cercul de raza R (0,5 puncte) Compararea anterioara ne permite sa afirmam ca traiectul de tip patrat este exclus , ramanand posibile, cu reflexii totale, la interfata curbilinie gheata-aer, doar traiectele de tip hexagon, octogon</p> <p>- Determinarea raportului $\frac{L_{(k)}}{R}$ si unele observatii fizice (0,5 puncte)</p> <p>Din figura se observa ca distantele $L_{(k)}$ posibile sunt egale cu $2R \sin \alpha_k$, adica</p> $\frac{L_{(k)}}{R} = 2 \sin \left[\frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{1}{k} \right) \right], k = 3, 4, 5, \dots$ <p>Valori numerice: $1,732 = \sqrt{3}$; 1,848; 1,902;</p> <p>Observatie: Deoarece in enunt se afirma ca raza emergenta are intensitatea aproape egala cu cea incidenta trebuie sa ne gandim ca numarul reflexiilor totale din interior nu este prea mare. Totusi, daca admitem posibilitatea $k \rightarrow \infty$ rezulta un raport $\frac{L_{\infty}}{R} = 2$, unda (evanescenta) propagandu-se superficial cu atenuare in aerul inconjurator.</p>		

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect	Parțial	Punctaj
<p>B) – Desen corect cu notatii logice (1 punct)</p>  <p>Traiectele care interferează în P (cu $CP = y$) sunt arătate pe desen. Sunt coerente sursele virtuale S_1' și S_1'', respectiv S_2' și S_2'' (imaginile lui S_1, respectiv S_2 în oglinzile O' și O'')</p> <p>-Exprimarea diferențelor de drum (optic) pentru traiectele de la imaginile celor două surse primare până la P (1 punct) Cu teorema lui Pitagora putem scrie: $S_1''P ^2 = D^2 + (y + d + 2l)^2$ și $S_1'P ^2 = D^2 + (y + d - 2l)^2$, respectiv $S_2''P ^2 = D^2 + (y - d + 2l)^2$ și $S_2'P ^2 = D^2 + (y - d - 2l)^2$.</p> <p>Diferențele de pătrate perfecte se scriu ca produse de sume și diferențe $[A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)]$ iar sumele se aproximează cu $2D$ (vezi precizările din enunț). Obținem: $S_1''P - S_1'P \approx \frac{4l}{D}(y + d)$; $S_2''P - S_2'P \approx \frac{4l}{D}(y - d)$.</p> <p>- Exprimarea distribuțiilor de intensitate pe ecran (1 punct) Diferențelor de drum le corespund diferențe de fază de tipul $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}$ (diferența de drum).</p> <p>Sursele S_1' și S_1'', determină, pe ecran, distribuția de intensitate $I_1(y) = 2I_0 \left\{ 1 + \cos \left[\frac{8\pi l}{\lambda D} (y + d) \right] \right\}$.</p> <p>Analog, sursele S_2' și S_2'' determină distribuția de intensitate $I_2(y) = 2I_0 \left\{ 1 + \cos \left[\frac{8\pi l}{\lambda D} (y - d) \right] \right\}$.</p> <p>-Sumarea celor două distribuții de intensitate (1 punct) Deoarece S_1 și S_2 sunt reciproc incoerente putem scrie intensitatea totală</p>		5

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect	Parțial	Punctaj
$I(y) = I_1(y) + I_2(y) = \dots = 4I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{8\pi y}{\lambda D}\right) \cos\left(\frac{8\pi d}{\lambda D}\right) \right].$ <p>- Determinarea vizibilitatii (1 punct)</p> <p>Calculand valorile $I_{\max;\min}$, cand $\cos\left(\frac{8\pi y}{\lambda D}\right) = \pm 1$, gasim in final</p> $V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \left \cos\left(\frac{8\pi d}{\lambda D}\right) \right .$		
Oficiu		1punct
Subiect 3, total:		10 puncte
<p>a) Durata voiajului lui A masurata de B este $T = 10$ ani. 0,25 puncte Durata voiajului lui A, determinata de A, este:</p> $T' = T \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 8 \text{ ani. } \mathbf{1 \text{ punct}}$ <p>Varsta lui A la revenirea pe Pamant este: $V_A = 34$ ani. 0,5 puncte Concluzie: la reîntalnirea celor doi frati gemeni, dupa voiajul lui A in cosmos, acesta este cu 2 ani mai tanar decat B. 0,25 puncte Paradoxul celor doi gemeni ($T' < T$) apare atunci cand, rationand prin simetrie ar trebui sa consideram ca A este in repaus si ca B este in miscare, astfel incat A ar trebui sa gandeasca despre B ca va fi mai tanar la finalul voiajului. 0,5 puncte Dar acest paradox se intemeiaza pe un rationament fals. In fapt, geamanul B nu participa la fazele de accelerare si de franare, existand astfel o asimetrie intre A si B, astfel incat este adevarat numai ca geamanul A, care paraseste Pamantul, si suporta efectele acceleratiilor, va fi mai tanar decat geamanul B, la revenirea sa pe Pamant. 0,5 puncte</p>		3 puncte
<p>b) Datorita efectului Doppler, frecventele semnalelor receptionate de B in timpul departarii si respectiv al apropierii lui A sunt:</p> $\nu_d = \nu \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}} < \nu; \mathbf{0,25 \text{ puncte}}$ $\nu_a = \nu \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}} > \nu. \mathbf{0,25 \text{ puncte}}$ <p>Durata receptiei de catre B a semnalelor batailor inimii lui A din faza departarii lui A este:</p> $T_{r,d} = \frac{T}{2} \left(1 + \frac{v}{c} \right). \mathbf{0,5 \text{ puncte}}$		3 puncte

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect	Parțial	Punctaj
<p>Ca urmare, numărul batailor inimii lui A, înregistrate de B, atunci când A se departează, este:</p> $n_d = \frac{\nu T}{2} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \text{ 0,25 puncte}$ <p>Durata recepției de către B a semnalelor inimii lui A din faza apropierii lui A, este:</p> $T_{r,a} = \frac{T}{2} \left(1 - \frac{v}{c}\right) < T_{r,d}. \text{ 0,5 puncte}$ <p>În aceste condiții, numărul batailor inimii lui A, înregistrate de B, atunci când A se apropie, este:</p> $n_a = \frac{\nu T}{2} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = n_d. \text{ 0,25 puncte}$ <p>Numărul total al batailor inimii lui A, înregistrate de B, de la despărțirea și până la reîntâlnirea celor doi frați gemeni, este:</p> $n_{A,B} = n_d + n_a = \nu T \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \text{ 0,25 puncte,}$ <p>Numărul total al batailor inimii lui B, înregistrate de B, de la despărțirea și până la reîntâlnirea celor doi frați gemeni, este:</p> $n_{B,B} = \nu T. \text{ 0,25 puncte}$ <p>Rezulta:</p> $n_{A,B} = n_{B,B} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < n_{B,B}. \text{ 0,25 puncte}$ <p>Concluzie: “tineretea” lui A față de B, la reîntâlnirea celor doi frați gemeni, se justifică prin numărul diferit al batailor inimilor lor. 0,25 puncte</p>		
<p>c) Dacă la reîntâlnire, cei doi frați au din nou vârste identice, înseamnă că voiajul lui B a anulat avantajul de 2 ani al lui A, existent la despărțirea acestora.</p> $\frac{t}{7} \left[4\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} + 3\sqrt{1 - \left(\frac{4v}{3c}\right)^2} \right] + 2\text{ani} = t; \dots\dots\dots 1,5\text{ puncte}$ $t = 7\text{ani}; t' = 5\text{ani}; \dots\dots\dots 0,5\text{ puncte}$ $V_A = 34\text{ani} + 2\text{ani} + 7\text{ani} = 43\text{ani}; \dots\dots\dots 0,5\text{ puncte}$ $V_B = 36\text{ani} + 2\text{ani} + 5\text{ani} = 43\text{ani} \dots\dots\dots 0,5\text{ puncte}$	t	3 puncte
Oficiu		1 punct

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.