

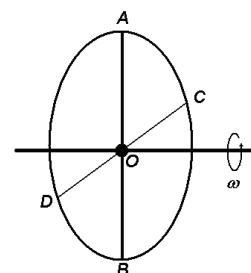
### 1. Kerekek és csatornák

Az 1-es ábrán látható  $a$  sugarú  $O$  középpontú gyűrű merev, elhanyagolható ellenállású vezetőből készült. Az  $OA$  és  $OB$  „küllők” merev, vékony rudak, melyek mindenikének ellenállása  $R$ .  $OC$  és  $OD$  rugalmas szálak, melyek megnyújtatlan hossza megegyezik a gyűrű sugarával. Ezek merőlegesek az  $O$  pontban az  $AOB$  irányra és mindegyik ellenállása  $R$ .

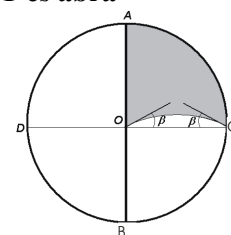
- a) Az  $OA$  és  $OC$  szakaszok közti negyed körben egy  $\sigma$  felületi feszültségi állandójú folyadékból hártát hozunk létre. Ebben az esetben az  $OC$  szál elgörbül, úgy, hogy az  $O$  és  $C$  végein  $\beta$  szöget zárjon be az  $OC$  iránnyal, amit a 2 a ábra szemlélteti. Határozd meg a szál rugalmassági állandóját. Adottak:  $R = 10 \text{ cm}$ ,  $\sigma = 100 \text{ mN/m}$ ,  $\beta = 15^\circ$ ,  $\sin 15^\circ = 0,258$ .

- b) A gyűrű a síkjára merőleges  $xOx'$  tengely körül foroghat. A gyűrű pereme és a tengely közé egy  $\frac{3R}{4}$  ellenállást kapcsolunk. A gyűrű  $\omega$  szögsebességgel forog a  $B$  indukciójú mágneses térben, mely párhuzamos a forgástengellyel. Határozd meg a gyűrű  $\omega$  szögsebességét, ha az  $OC$  szál megnyújtatlan marad. Tudod, hogy  $R = 0,1 \Omega$  és  $B = 1 \text{ T}$ .

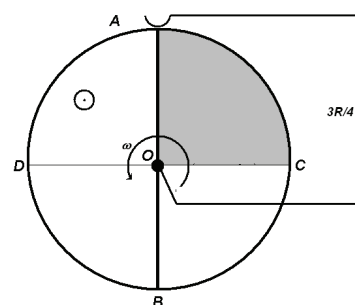
- c) Egy függőleges síkban folyó vízszög a függőlegeshez képest  $\alpha$  szög alatt érkezik egy vízszintes, félkör keresztmetszetű csatornába a 3-as ábrának megfelelően. Határozd meg a csatornát az  $N$  pontban elhagyó folyadék térfogathozamát, ha a vízszög hozama  $D$ , a vízszög sebessége a csatorna  $N$  pontjában  $v_N$ . Feltételezzük, hogy a folyadék ideális és energiájának változása elhanyagolható. Adottak:  $\alpha = 10^\circ$ ,  $D = 2 \text{ dm}^3/\text{s}$  és  $v_N = 5 \text{ m/s}$ .



1-es ábra



2 a ábra



2 b ábra

### 2. Léggömbök

A feladat hőléggömbökre és meteorológiai léggömbökre vonatkozik. Feltételezzük, hogy a léggömbök végig gömb alakúak maradnak és a hozzájuk erősített tárgyak térfogata elhanyagolható. A levegő  $T$  hőmérsékletének változását a  $z$  tengerszinthez viszonyított magasság függvényében a  $T(z) = T_0(1 - z/z_0)$  összefüggés adja meg a  $0 < z < 15 \text{ km}$  intervallumban, ahol  $z_0 = 49 \text{ km}$  és  $T_0 = 303 \text{ K}$ . a légköri

nyomás illetve a levegő sűrűsége a tengerszinten  $P_0 = 1 \text{ atm} = 1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$  és  $\rho_0 = 1.16 \text{ kg/m}^3$ . ebben a magasság intervallumban a légnyomásváltozást a magasság függvényében a következő összefüggés adja meg:  $P(z) = P_0(1 - z/z_0)^6$ .

- a) A hőléggömb egy olyan gömb, melyen egy kis nyílás található, melyen keresztül a léggömb belsejében található levegőt melegítik. Egy hőléggömb térfogata  $V_B = 100 \text{ m}^3$ . A léggömb fala anyagának tömege  $m_B = 20 \text{ kg}$ . Számítsd ki a léggömb belsejében található levegő  $T_1$  hőmérsékletét, ha tengerszinten és  $T_0$  hőmérsékleten a léggömb lebeg.
- b) Számítsd ki azt az erőt amivel a hőléggömb feszíti a kötelet ami a Földhöz rögzíti, ha a belső hőmérséklet  $T_2 = 127^\circ \text{C}$ . Számítsd ki azt a maximális magasságot, amelyre a léggömb emelkedik, miután szabadon engedik.

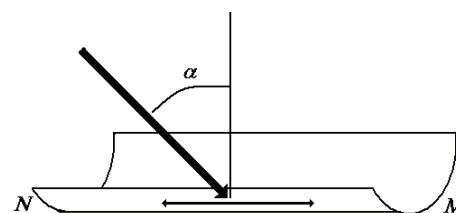


Figura 3

Útmutatás: Az  $0,75t^6 - t^5 + 0,17 = 0$  egyenlet valós gyökei:  $t_1 \approx 0,86$ ,  $t_2 \approx 1,25$ .

Egy, hélium gázzal töltött gumiból készült meteorológiai léggömb felemelkedik a légkörbe. A levegő nyomásának és hőmérsékletének csökkenését a magasság függvényében a fentebb megadott összefüggések adják meg. Feltételezzük, hogy a léggömb belsejében a hélium gáz hőmérséklete mindig megegyezik a környező levegő hőmérsékletével. Az egyetemes gázállandó  $R = 8.31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$ . a hélium móltömege  $M_{\text{He}} = 4.00 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$ , míg a levegő móltömege  $M_A = 28.9 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$ . A gravitációs gyorsulás  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$

- c) A léggömb burkában rugalmas energia halmozódik fel, a megnyúlás és a felület növekedése miatt. Ha a léggömb sugara  $r_0$  amikor a burkolat nincs kifeszítve és  $r$  ( $\geq r_0$ ), amikor a léggömb fel van fújva a burkolat feszítésének következtében a léggömb belsejében található gáz többletnyomása

$$\Delta P = \frac{4kRT}{r_0} \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda^7} \right)$$

ahol  $\lambda \equiv r/r_0$  ( $\geq 1$ ) az az arány amely leírja a léggömb sugarának növekedését a felfújódás miatt, míg  $k$  egy állandó melynek mértékegysége  $\text{mol/m}^2$ . A  $k$  állandó meghatározható, ha ismert a léggömb felfújásához szükséges gázmennyiség.  $T_0 = 303 \text{ K}$  és  $P_0 = 1.0 \text{ atm}$  nyomáson a feszítetlen léggömb ( $\lambda = 1$ )  $n_0 = 12.5$  mól hélium gázt tartalmaz.  $n = 3.6 n_0 = 45$  mól gáz szükséges ahhoz, hogy azonos  $T_0$  hőmérsékleten és  $P_0$  nyomáson a léggömböt a  $\lambda = 1.5$  értékre fújjuk fel. Találd meg a léggömb  $a$  paraméterének kifejezését ahol  $a = k/k_0$ ,  $n$ ,  $n_0$  és  $\lambda$  függvényében.  $k_0 \equiv \frac{r_0 P_0}{4RT_0}$ . Számold ki az első

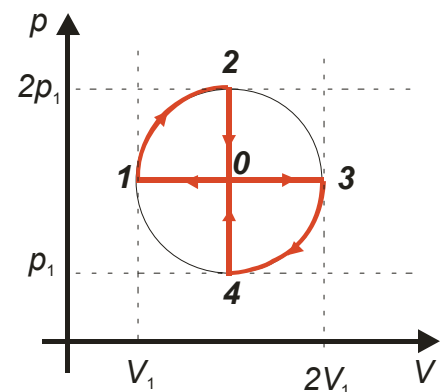
két, nullától különböző számjegyet az  $a$  paraméter értékét.

- d) Egy léggömböt tengerszinten fújnak fel a (c) alpont feltételeinek megfelelően. A léggömbben található gáz, a léggömb falának, valamint a terhelésnek az össztömege  $M_T = 1,12 \text{ kg}$ . A szabadon engedett léggömb felszáll. Feltételezzük, hogy a léggömb  $z_f$  magasságon megáll ahol a felhajtó erő kiegyenlíti az összsúlyt. Határozd meg a  $z_f$  magasságot, valamint az ennek a magasságnak megfelelő  $\lambda_f$  arányt. Feltételezzük, hogy nincsenek légáramlatok, melyek elmozdítanák a léggömböt és a léggömb nem veszít gázt emelkedés közben.

- 3.1. Az egyatomos ideális gáz a  $pV^n = \text{const.}$  törvény szerint terjed ki, ahol  $n \in \mathbb{R}$ . Tárgyald  $n$  függvényében a:

- a hőmérséklet változásának;
- a gáz és a külső környezet között cserét hő előjelét.

- 3.2. Ugyanaz a gáz a 4-es ábrán látható körfolyamatot írja le. Számítsd ki az 1203401 körfolyamat szerint működő motor hatásfokát.



4-es ábra

(A tétteleket javasolták: prof. dr. Adrian Dafinei – Universitatea București, prof.dr. Constantin Corega – Colegiul Național „Emil Racoviță” – Cluj-Napoca, prof. Stelian Ursu – Colegiul Național „Frații Buzești” – Craiova)