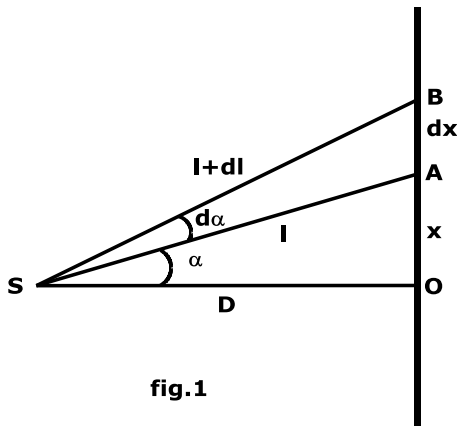
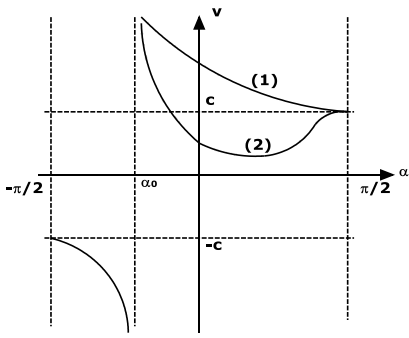


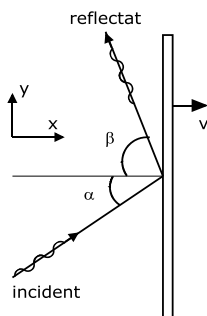
Proba Teoretică
Barem Subiectul 2

| Subiect 2. Fotoni..."ciudați" | Parțial | Punctaj |
|--|---------|---------|
| 1. Barem subiect 2 | | 10 |
|  <p>fig.1</p> <p>a. Conform fig.1, spre B fotonii pleacă mai târziu decât spre A cu $dt_1 = \frac{d\alpha}{\omega}$ și "zboară" până la B cu dt_2 în plus față de cei spre A, $dt_2 = \frac{dl}{c}$. Deci spotul apare în B după $dt = dt_1 + dt_2$ față de cel din A. Așadar, viteza de deplasare a spotului din A în B este $v = \frac{dx}{dt}$</p> <p>Din $l = \frac{D}{\cos \alpha} \Rightarrow dl = D \frac{\sin \alpha}{\cos^2 \alpha} d\alpha$ și $dt_2 = \frac{D}{c} \frac{\sin \alpha}{\cos^2 \alpha} d\alpha$</p> <p>Deci $dt = \frac{d\alpha}{\omega} + \frac{D}{c} \frac{\sin \alpha}{\cos^2 \alpha} d\alpha$</p> <p>Din $\tan \alpha = \frac{x}{D} \Rightarrow x = D \tan \alpha \Rightarrow dx = \frac{D}{\cos^2 \alpha} d\alpha$. Prin urmare</p> <p>$v = \frac{dx}{dt} = \frac{\frac{D}{\cos^2 \alpha} d\alpha}{\frac{d\alpha}{\omega} + \frac{D}{c} \frac{\sin \alpha}{\cos^2 \alpha} d\alpha}$, adică $v = \frac{\omega D}{\cos^2 \alpha + \frac{\omega D}{c} \sin \alpha}$</p> | 1 | 3 |
| <p>Graficul are aspectul din fig.2</p>  <p>fig.2</p> | 0,5 | |
| <p>Prin α_0 trece asimptota verticală pentru care se anulează numitorul</p> <p>$\sin \alpha_0 = \frac{\omega D}{2c} - \sqrt{\left(\frac{\omega D}{2c}\right)^2 + 1}$</p> | 0,25 | |

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



Proba Teoretică
Barem Subiectul 2

| | | |
|---|------|---|
| Curba (1) se obține dacă $\omega D > 2c$ și curba (2) dacă $\omega D < 2c$ | 0,25 | |
| Deoarece în timp ce α ia valori de la $-\pi/2$ la $+\pi/2$, viteza spotului ia valori negative și pozitive, înseamnă că spotul se poate mișca în ambele sensuri pe perete. Pentru a evita efectele remanenței imaginii pe rețină, trebuie ca viteza unghiulară să nu fie prea mare, și atunci se poate observa cum spotul se mișcă și spre stânga și spre dreapta pe perete (un fel de dedublare a fascicului). | 0,5 | |
| Fenomenul se poate vedea însă numai pentru distanțe D suficient de mari (de ordinul miilor de kilometri). Dacă $\omega D \ll c$ se obține $v(\alpha) = \frac{\omega D}{\cos^2 \alpha}$, ca și cum fasciculul laser ar putea avea viteza infinită. | 0,25 | |
| Viteza spotului poate depăși valoarea c . Aceasta însă nu contrazice TRR, pentru că cu ajutorul lui nu se poate transmite o informație sau un semnal dintr-un punct al planului peretelui în altul. | 0,25 | |
| <p>b.i) Vom considera o ciocnire elastică între foton și oglindă și vom aplica pe baza diagramei din figura alăturată, legile de conservare ale energiei și impulsului.</p>  $\begin{cases} \frac{h}{\lambda} \cos \alpha + Mv = -\frac{h}{\lambda'} \cos \beta + M(v + \Delta v_x) \\ \frac{h}{\lambda} \sin \alpha = \frac{h}{\lambda'} \sin \beta \\ \frac{hc}{\lambda} + \frac{Mv^2}{2} = \frac{hc}{\lambda'} + \frac{M(v + \Delta v_x)^2}{2} \end{cases}$ | 0,5 | 4 |
| <p>Ecuatiile 1 și 3 pot fi aduse la forma:</p> $M \Delta v_x = \frac{h}{\lambda} \cos \alpha + \frac{h}{\lambda'} \cos \beta$ $\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda'} + Mv \Delta v_x + \frac{(M \Delta v_x)^2}{2M}$ <p>Având în vedere că $M \rightarrow \infty$ (oglină grea), se obține $\lambda' = \lambda \frac{c + v \cos \beta}{c - v \cos \alpha}$ (*)</p> | 0,5 | |
| iar din ecuația 2 din sistem, $\sin \alpha = \frac{\sin \beta (c - v \cos \alpha)}{c + v \cos \beta}$ | 0,25 | |
| <p>Această ecuație duce, după ridicarea ei la pătrat și efectuarea calculelor corespunzătoare, la o ecuație de gradul al doilea în $\cos \beta$, care are două soluții:</p> <p>Soluția I: $\cos \beta = \frac{-2 \frac{v}{c} + \left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right) \cos \alpha}{1 + \frac{v^2}{c^2} - 2 \frac{v}{c} \cos \alpha}$, care reprezintă legea reflexiei în acest caz.</p> | 0,5 | |

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



Proba Teoretică
Barem Subiectul 2

| | | |
|---|---------------------------------------|-----------------|
| <p>și Soluția II: $\cos \beta_2 = \frac{2 \frac{v}{c} \cos^2 \alpha - \left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right) \cos \alpha}{1 + \frac{v^2}{c^2} - 2 \frac{v}{c} \cos \alpha}$, de unde rezultă ușor că $\beta_2 = \pi - \alpha$.</p> <p>Aceasta ar însemna că fotonul trece dincolo de oglindă, ceea ce nu poate avea loc.</p> | <p>0,25</p> <p>0,25</p> | |
| <p>ii) În cazul în care viteza oglinzii face un unghi φ cu normala, se înlocuiește doar v cu $v \cos \varphi$ și se obține:</p> $\cos \beta = \frac{-2 \frac{v \cos \varphi}{c} + \left(1 + \frac{v^2}{c^2} \cos^2 \varphi\right) \cos \alpha}{1 + \frac{v^2}{c^2} \cos^2 \varphi - 2 \frac{v}{c} \cos \alpha \cos \varphi}$ | <p>0,25</p> | |
| <p>Analizând soluția I, se poate observa că pentru $v > 0$, există un interval de valori pentru α, pentru care β este mai mare decât 90°. Acest fenomen este cunoscut sub numele de „reflexie înainte” și începe la un unghi α_{critic} care rezultă din formula dedusă pentru $\beta = 90^\circ$</p> | <p>0,25</p> | |
| <p>$\cos \alpha_{critic} = \frac{2 \frac{v}{c}}{1 + \frac{v^2}{c^2}}$. Fenomenul încetează dacă $\cos \alpha_{max} = \frac{v}{c}$, adică componenta vitezei fotonului pe direcția mișcării oglinzii este egală cu viteza oglinzii.</p> | <p>0,25</p> | |
| <p>Lungimea de undă a fotonului reflectat se află revenind la formula (*) unde înlocuim soluția I și după câteva calcule se ajunge la:</p> $\lambda' = \lambda \frac{1 - \frac{v^2}{c^2}}{1 + \frac{v^2}{c^2} - 2 \frac{v}{c} \cos \alpha}, \text{ respectiv } \lambda' = \lambda \frac{1 - \frac{v^2}{c^2} \cos^2 \varphi}{1 + \frac{v^2}{c^2} \cos^2 \varphi - 2 \frac{v}{c} \cos \alpha \cos \varphi}$ | <p>0,5</p> | |
| <p>Din formula pentru lungimea de undă a fotonului reflectat, obținută mai sus, se obține imediat că $\lambda' = 3\lambda$. Dacă spectrul vizibil este cuprins aproximativ între 400 nm și 800 nm, atunci lumina reflectată va fi în întregime în infraroșu. Deci în condițiile date, Einstein nu-și poate vedea chipul.</p> | <p>0,5</p> | |
| <p>c. Unghiul de deviație este adimensional. Evident, el trebuie să depindă de masa Soarelui, de distanța minimă față de Soare și de constanta atracției universale. Numai cu acestea nu se poate obține o mărime adimensională, deci introducem și viteza luminii, c.</p> <p>Obținem: $\langle \theta \rangle_{SI} = \langle M_s^\alpha r^\beta k^\gamma c^\delta \rangle = 1$</p> $M^\alpha L^\beta \frac{L^{3\gamma}}{M^\gamma T^{2\gamma}} \frac{L^\delta}{T^\delta} = 1$ $L^{\beta+3\gamma+\delta} M^{\alpha-\gamma} T^{-\delta-2\gamma} = 1$ | <p>0,25</p> | <p>2</p> |
| <p>Rezultă sistemul: $\begin{cases} \beta + 3\gamma + \delta = 0 \\ \alpha - \gamma = 0 \\ -\delta - 2\gamma = 0 \end{cases}$ cu soluțiile $\alpha = \gamma$, $\beta = -\gamma$ și $\delta = -2\gamma$</p> | | |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Proba Teoretică
Barem Subiectul 2

| | | |
|--|-------------|----------|
| Deci cele patru mărimi formează o combinație adimensională dacă sunt grupate ca un raport de forma: $\left(\frac{kM_s}{rc^2}\right)^\gamma$. Deci unghiul de deviere poate fi o funcție de forma $\theta = A \cdot f\left(\left(\frac{kM_s}{rc^2}\right)^\gamma\right)$ | 0,25 | |
| Cea mai simplă dependență este $\theta = A \frac{kM_s}{rc^2}$ Constanta A nu poate fi determinată prin analiză dimensională. Din TRG rezultă valoarea 4. Iar din gravitația newtoniană, 2. Noi vom alege 1. | 0,25 | |
| Calculul numeric dă: $\theta = 1 \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{7 \cdot 10^8 \cdot 9 \cdot 10^{16}} = 2,117 \cdot 10^{-6} \text{ rad} \approx 0,4''$ | 0,50 | |
| Pentru ca Pământul să devină gaură neagră, este rezonabil să presupunem că $\theta \approx 1 \text{ rad}$. Astfel toți fotonii, ar cădea pe Pământ. | 0,25 | |
| Rezultă: $R \approx \frac{kM_p}{c^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{9 \cdot 10^{16}} \approx 4 \text{ mm}$ | 0,50 | |
| Oficiu | | 1 |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.