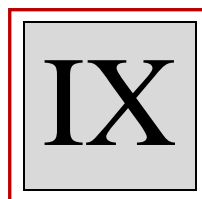




Olimpiada Națională de Fizică

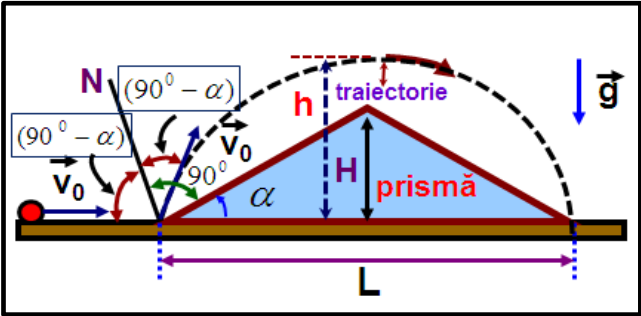
Târgu–Jiu, 2017

Proba teoretică



Pagina 1 din 4

BAREM DE CORECTARE – Clasa a IX-a

Problema	Parțial	Punctaj
I. Barem Problema I. (A. + B. + C.)		10 puncte
I.A. Aruncare pe oblică		3 puncte
<p>Pentru ca piatra să se îndepărteze tot timpul de locul de lansare este necesar ca, în orice moment de timp ulterior lansării ($t > 0$), viteza radială v_r să fie pozitivă, adică produsul scalar dintre vectorul de poziție al pietrei \vec{r} și viteza sa instantanee \vec{v} (tangentă la traiectorie) să fie pozitiv.</p> <p>Exprimată matematic, această condiție are forma $(\vec{v}_0 t + (\vec{g}/2)t^2) \cdot (\vec{v}_0 + \vec{g}t) > 0$. Făcând produsul celor două binoame și împărțind apoi, în ambele părți ale inecuației, prin $v_0 g t^2 / \sqrt{2}$, găsim $\frac{v_0 \sqrt{2}}{g t} + \frac{g t}{v_0 \sqrt{2}} - \frac{3 \sin \alpha}{\sqrt{2}} > 0$.</p> <p>Cu notația $\frac{v_0 \sqrt{2}}{g t} \equiv A$, obținem inecuația $A + \frac{1}{A} > \frac{3 \sin \alpha}{\sqrt{2}}$, care limitează valorile posibile ale lui $\sin \alpha$ în felul următor: $\sin \alpha < (\sqrt{2}/3)[A + 1/A]$. (*).....</p> <p>Paranteza dreaptă din membrul drept al acestei inegalități poate fi scrisă sub forma $[A + 1/A] = (\sqrt{A} - 1/\sqrt{A})^2 + 2$ și, după cum se constată ușor, avem de-a face cu o cantitate pozitivă a cărei valoare minimă este 2.</p> <p>Inegalitatea (*) poate fi satisfăcută numai atunci când $\sin \alpha$ este mai mic decât cea mai mică valoare a parantezei drepte, adică pentru $\sin \alpha < (2/3)\sqrt{2} \approx 0,9428$, sau pentru $\alpha < \arcsin(0,9428) \approx 1,231 \text{ rad} \approx 70,53^\circ$.</p>	<p>0,25 p</p> <p>1 p</p> <p>1 p</p> <p>0,50 p</p> <p>0,25 p</p>	
I.B. Saltul peste prismă		3 puncte
<p>Enunțul cere să se poată petrece ceea ce se arată în desenul alăturat.</p> <p>Față de normala de la contactul cu muchia prisme, unghiul de incidență al bilei este $(90^\circ - \alpha)$. În consecință, putem spune că bila este lansată cu unghiul 2α (este necesar ca $\alpha < 45^\circ$) față de orizontală și are bătaia $\ell = (v_0^2 / g) \sin(4\alpha)$.</p> <p>Pentru ca bila să revină pe masă, dincolo de prismă, este necesar (dar nu și suficient) ca $\ell > L$.</p> <p>Pentru situația limită, cu $\ell = L$, găsim: $v_0 = \sqrt{gL / \sin(4\alpha)}$. (*)</p> <p>Conform desenului $H = (L/2) \cdot \tan \alpha$. Fie h înălțimea traiectoriei. Pentru a trece peste vârful prisme este necesar ca $h > H$, unde $h = (v_0^2 / 2g) \sin^2(2\alpha)$.</p> <p>Cu viteza v_0 ce asigură cel puțin bătaia L avem $h = (L/4) \cdot \tan(2\alpha)$ și, găsim ușor că</p>	 <p>0,25 p</p> <p>0,75 p</p> <p>0,25 p</p> <p>0,75 p</p>	

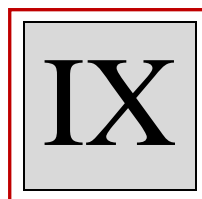
- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



Olimpiada Națională de Fizică

Târgu–Jiu, 2017

Proba teoretică



BAREM DE CORECTARE – Clasa a IX-a

Pagina 3 din 4

<p>Notăm cu U viteza prisme față de masa netedă orizontală pe care se află. Legea conservării energiei la ciocnirea perfect elastică ce s-a produs are forma $mv_0^2 = MU^2 + mv^2 = MU^2 + m(u^2 + v_0^2 \cos^2 \alpha)$.</p> <p>Proiectată pe direcție orizontală, legea conservării impulsului se exprimă sub forma $mv_0 = MU + m(v_0 \cos \alpha) \cos \alpha - m u \sin \alpha = MU + m(v_0 \cos^2 \alpha - u \sin \alpha)$.</p> <p>Pentru necunoscutele U și u obținem expresiile: $U = (m/M)(2v_0 \sin^2 \alpha)[1 + (m/M) \sin^2 \alpha]^{-1}$, respectiv $u = (v_0 \sin \alpha)[1 - (m/M) \sin^2 \alpha][1 + (m/M) \sin^2 \alpha]^{-1}$</p> <p>După cădere, bila revine în același loc de pe ipotenuză dacă viteza ei față de prismă, pe direcție orizontală, este egală cu zero, adică atunci când $(v_0 \cos \alpha) \cos \alpha - u \sin \alpha - U = 0$. Având în vedere expresiile de mai sus ale lui U și u, în final obținem $m/M = \operatorname{ctg}^2 \alpha - 1$.</p> <p>b.) Când $m/M < 1$, rezultă $\alpha > \arctg(1/\sqrt{2})$, sau $\alpha > 35,26^\circ$. Pentru unghiuri mai mici decât acesta, în cazul $m < M$, a doua ciocnire de pe ipotenuză nu se poate produce în același loc. Pe de altă parte din condiția $m/M > 0$ rezultă $\alpha < 45^\circ$. Problema are sens pentru $\alpha \in (35,26^\circ \div 45^\circ)$</p>	<p style="text-align: center;">1 p</p> <p style="text-align: center;">1 p</p> <p style="text-align: center;">0,25 p</p> <p style="text-align: center;">0,25 p</p> <p style="text-align: center;">0,75 p</p> <p style="text-align: center;">0,50</p>	
<p>II.B. <i>Un cubuleț ... în mișcare</i></p>		4 puncte
<p>Fie \vec{F} forța cu care se acționează longitudinal la capătul liber al resortului din partea dreaptă. Fie α unghiul dintre suportul forței și orizontală. Legea de mișcare (legea II-a Newton) a cubulețului are forma $ma = F \cos \alpha - \mu(mg - F \sin \alpha)$</p> <p>Cerând ca $a \geq 0$ obținem inegalitatea $F \geq \mu mg / (\cos \alpha + \mu \sin \alpha)$</p> <p>În locul coeficientului de frecare μ, putem introduce așa - numitul unghi de frecare, definit prin relația $\theta = \arctg \mu$. Acum putem scrie $F \geq mg \sin \theta / \cos(\alpha - \theta) \equiv F_{\min}$.</p> <p>Se observă că cea mai mică valoare a forței F_{\min} corespunde valorii $+1$ a cosinusului de la numitor, ceea ce înseamnă $\alpha = \theta = \arctg \mu$. Desigur, putem scrie $\sin \theta = \operatorname{tg} \theta / \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta} = \mu / \sqrt{1 + \mu^2}$. Astfel, cea mai mică valoare a forței care face posibilă mișcarea cubulețului este $F_{\min} = \mu mg / \sqrt{1 + \mu^2}$ iar suportul ei face cu orizontala unghiul $\alpha = \theta = \arctg \mu$.</p> <p>Mai departe putem scrie $F_{\min} = k_1 \cdot \Delta l_1 = k_2 \cdot \Delta l_2$ și de aici, ținând cont de rezultatul stabilit anterior, avem alungirile $\Delta l_1 = \mu mg / (k_1 \sqrt{1 + \mu^2})$ și $\Delta l_2 = \mu mg / (k_2 \sqrt{1 + \mu^2})$.</p> <p>Lucrul mecanic minim este dat de formula $L_{\min} = \Delta E_{\text{pot}(1)} + \Delta E_{\text{pot}(2)} = (1/2)[k_1 \Delta l_1^2 + k_2 \Delta l_2^2]$.</p> <p>În final obținem $L_{\min} = [(k_1 + k_2)(\mu mg)^2] / [2k_1 k_2 (1 + \mu^2)]$.</p>	<p style="text-align: center;">0,75 p</p> <p style="text-align: center;">0,25 p</p> <p style="text-align: center;">0,75 p</p> <p style="text-align: center;">0,50 p</p> <p style="text-align: center;">0,50 p</p> <p style="text-align: center;">1 p</p> <p style="text-align: center;">0,25 p</p>	
<p>Din oficiu – Problema II</p>		1 punct

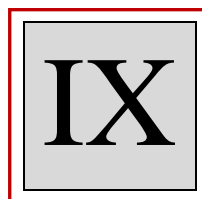
- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



Olimpiada Națională de Fizică

Târgu–Jiu, 2017

Proba teoretică



Pagina 4 din 4

BAREM DE CORECTARE – Clasa a IX-a

Problema III. (A. + B.)		10 puncte
III.A. Dinamică cu frecare		5 puncte
<p>Legea de mișcare are forma $ma = m(\Delta v / \Delta t) = -kv^2$ unde k este o constantă pozitivă. De aici rezultă $\Delta v / v^2 = -(k/m)\Delta t$, unde $\Delta v = v(t + \Delta t) - v(t)$.</p> <p>În mod similar, pentru inversul vitezei putem scrie succesiv $\Delta(1/v) = (1/v)_{(t+\Delta t)} - (1/v)_{(t)} = (v(t) - v(t + \Delta t)) / (v(t + \Delta t) \cdot v(t)) \approx -\Delta v / v^2(t)$.</p> <p>Ecuția de mișcare devine $-\Delta(1/v) = -(k/m)\Delta t = -\Delta(kt/m)$ sau, echivalent, $\Delta(1/v - k \cdot t/m) = 0$, ceea ce înseamnă $1/v - k \cdot t/m = \text{const}$.</p> <p>Desigur, această constantă este $1/v_0$ (inversul vitezei de la momentul inițial $t = 0$). Așadar, avem dependența generală $1/v = 1/v_0 + k \cdot t/m$.</p> <p>De aici, cu ajutorul informației din enunț obținem imediat legătura $T = m/kv_0$, sau invers $v_0 = m/kT$.</p> <p>Căutăm acum momentul t_x în care $v = v_0/4$. Obținem $t_x = 3m/kv_0 = 3 \cdot T$.</p>	<p>1 p</p> <p>1 p</p> <p>1 p</p> <p>0,75 p</p> <p>0,75 p</p> <p>0,50 p</p>	
III.B. Un satelit geostaționar		4 puncte
<p>Perioada rotației satelitului geostaționar este $T = 2\pi \cdot r / v = 24$ ore, unde r este raza traiectoriei sale (față de central Pământului) iar v este viteza sa pe orbita de rază r. De aici $v = 2\pi \cdot r / T$.</p> <p>Mișcarea satelitului este accelerată, cu accelerația centripetă $a = v^2 / r = 4\pi^2 r / T^2$.</p> <p>Pe de altă parte, pentru accelerație putem scrie expresia newtoniană $a = F / m = GM / r^2$ (aici, M este masa Pământului).</p> <p>Din cele două relații deducem că $r = (GMT^2 / 4\pi^2)^{1/3}$.</p> <p>Având în vedere că la suprafața Pământului putem scrie egalitatea $mg = GmM / R^2$, rezultă că $GM = gR^2$ și astfel $r = (gR^2 T^2 / 4\pi^2)^{1/3}$.</p> <p>Cu $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ și $R \approx 6400 \text{ km}$, obținem $r \approx 42626 \text{ km}$, o valoare de 6,66 ori mai mare decât R.</p> <p>a.) Acum $h = r - R \approx 36226 \text{ km}$.</p> <p>b.) Accelerația satelitului este $a = g(R/r)^2 \approx 0,23 \text{ m/s}^2$.</p>	<p>0,75 p</p> <p>0,50 p</p> <p>0,75 p</p> <p>0,50 p</p> <p>0,50 p</p> <p>0,50 p</p> <p>0,25 p</p> <p>0,25 p</p>	
Din oficiu – Problema III		1 punct

Bareme propuse de:

prof. univ. dr. Florea **ULIU**, Departamentul de Fizică, Universitatea din Craiova;
prof. Liviu **ARICI**, Colegiul Național "Nicolae Bălcescu", Brăila;
prof. Dumitru **ANTONIE**, Colegiul Tehnic nr. 2, Târgu –Jiu.

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.