

	A	B	C	D
1				X
2			X	
3			X	
4				X
5	X			
6	X			
7		X		
8		X		
9			X	
10			X	

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE ȘTIINȚE PENTRU JUNIORI**  
**Tg. Mureș, 2 – 6 august, 2011**

**BAREM DE NOTARE**

<b>PROBLEMĂ</b>		<b>20,00</b>
<b>a)</b>		<b>3,00</b>
Condiția ca, la momentul inițial, sfera să fie sprijinită pe baza vasului: $\rho_{m,R_0} > \rho_0;$	1,00	
Densitatea medie a sferei neomogene, la momentul inițial: $\rho_{m,R_0} = \frac{\rho_{\min} + \rho_{R_0}}{2};$	1,00	
$\rho_{m,R_0} = \frac{\rho_{\min} + \rho_{\min}(1 + \alpha R_0)}{2};$	0,50	
$\rho_{\min} \left( 1 + \frac{1}{2} \alpha R_0 \right) > \rho_0;$ $\rho_{\min} > \frac{\rho_0}{1 + \frac{1}{2} \alpha R_0}.$	0,50	
<b>b)</b>		<b>9,00</b>
Volumul materialului dizolvat, el reprezentând volumul păturii sferice cu grosimea $(R_0 - R)$ : $\Delta V = \frac{4\pi}{3} (R_0^3 - R^3),$	0,50	
Densitatea medie a păturii sferice neomogene care s-a dizolvat până în momentul desprinderii sferei de la baza vasului:		

$\rho_{R_0} = \rho_{\min}(1 + \alpha R_0); \quad \rho_R = \rho_{\min}(1 + \alpha R); \quad \rho_{R_0} > \rho_R;$ $\rho_{m(R_0;R)} = \rho_m = \frac{\rho_{R_0} + \rho_R}{2} = \rho_{\min} \left[ 1 + \frac{1}{2} \alpha (R_0 + R) \right],$	1,50	
<p>Masa materialului dizolvat:</p> $\Delta M = \rho_m \Delta V = \rho_{\min} \left[ 1 + \frac{1}{2} \alpha (R_0 + R) \right] \frac{4\pi}{3} (R_0^3 - R^3).$	0,50	
<p>Densitatea amestecului lichid din vas, în momentul desprinderii sferei:</p> $\rho_{\text{lichid}} = \frac{m + \Delta M}{V_0 + \Delta V} = \frac{\rho_0 V_0 + \rho_{\min} \left[ 1 + \frac{1}{2} \alpha (R_0 + R) \right] \frac{4\pi}{3} (R_0^3 - R^3)}{V_0 + \frac{4\pi}{3} (R_0^3 - R^3)}.$	2,00	
<p>Densitatea medie a sferei neomogene, în momentul când raza sa este <math>R</math>:</p> $\rho_{m(0;R)} = \frac{\rho_{\min} + \rho_R}{2} = \frac{\rho_{\min} + \rho_{\min}(1 + \alpha R)}{2} = \rho_{\min} \left( 1 + \frac{1}{2} \alpha R \right).$	2,00	
<p>Sfera se va desprinde de baza vasului dacă:</p> $\rho_{\text{lichid}} = \rho_{m(0;R)};$	1,50	
<p>Calculul densității în centrul sferei:</p> $\frac{\rho_0 V_0 + \rho_{\min} \left[ 1 + \frac{1}{2} \alpha (R_0 + R) \right] \frac{4\pi}{3} (R_0^3 - R^3)}{V_0 + \frac{4\pi}{3} (R_0^3 - R^3)} = \rho_{\min} \left( 1 + \frac{1}{2} \alpha R \right),$ $\rho_{\min} = \frac{\rho_0 V_0}{V_0 \left( 1 + \frac{1}{2} \alpha R \right) - \frac{2\pi}{3} \alpha R_0 (R_0^3 - R^3)}.$	1,00	
<b>c)</b>		<b>8,00</b>
<p>Densitatea medie a sferei la momentul inițial:</p> $\rho_{m,R_0} = \frac{\rho_{\min} + \rho_{\min}(1 + \alpha R_0)}{2};$	2,00	
<p>Masa inițială a sferei:</p> $M_s = \rho_{m,R_0} V_s = \frac{\rho_{\min} + \rho_{\min}(1 + \alpha R_0)}{2} \frac{4\pi R_0^3}{3};$ $M_s = \frac{\rho_{\min}(2 + \alpha R_0)}{2} \frac{4\pi R_0^3}{3};$	2,00	
<p>Creșterea volumului și a masei amestecului lichid din vas, ca urmare a dizolvării sferei, sunt:</p> $\Delta V = V_s = \frac{4\pi R_0^3}{3},$ $\Delta M = M_s = \frac{2\pi \rho_{\min}(2 + \alpha R_0) R_0^3}{3};$	2,00	
<p>Densitatea finală a amestecului lichid din vas:</p>	2,00	

$\rho_{\text{final}} = \frac{m + \Delta M}{V_0 + \Delta V} = \frac{\rho_0 V_0 + M_s}{V_0 + V_s};$ $\rho_{\text{final}} = \frac{\rho_0 V_0 + \frac{2\pi\rho_{\text{min}}(2 + \alpha R_0)R_0^3}{3}}{V_0 + \frac{4\pi R_0^3}{3}},$ <p>unde:</p> $\rho_{\text{min}} = \frac{\rho_0 V_0}{V_0 \left(1 + \frac{1}{2} \alpha R\right) - \frac{2\pi}{3} \alpha R_0 (R_0^3 - R^3)}.$		
<b>TOTAL</b>		<b>20,00</b>