

Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului
 Inspectoratul Școlar Județean Constanța
 Olimpiada de Științe pentru Juniori
 Ediția a VII-a , Constanța - 15-19 iulie 2012
 Proba Teoretică – Fizică - BAREM

Subiectul I

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	B	C	D	C	A	A	B	C	D

Problema 1 – BAREM EVALUARE

a) 9 puncte

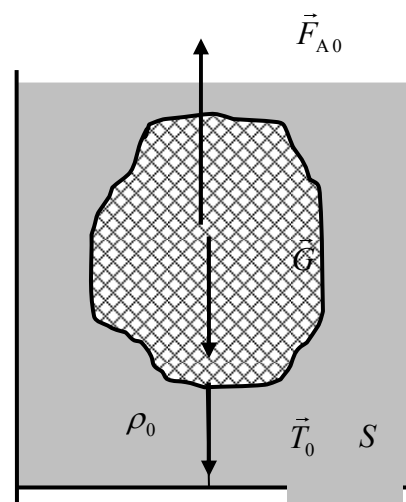
Forțele care, la momentul inițial, asigură echilibrul blocului de gheață, fiind cele reprezentate în figura 1, rezultă:

Fig. 1 1 punct

$$T_0 + mg = m_0 g,$$

$$\vec{T}_0 + \vec{G} + \vec{F}_{A0} = 0;$$

$$T_0 + G = F_{A0};$$



unde m și respectiv m_0 sunt masele blocului de gheață și respectiv a volumului de apă dezlucuit de întregul bloc scufundat; $T_0 + \rho V g = \rho_0 V_0 g$, 2 puncte

unde ρ și ρ_0 sunt densitățile gheții și respectiv a apei, V este volumul întregului bloc de gheață, iar V_0 este volumul apei dezlucuit de întregul bloc scufundat în apă, $V_0 = V$;

$$T_0 + \rho V g = \rho_0 V g;$$

$$V = \frac{T_0}{g(\rho_0 - \rho)} = \frac{T_0}{\rho_0 g \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0}\right)}. \quad 1 \text{ punct}$$

După topirea întregului bloc de gheață, având în vedere conservarea masei, rezultă:

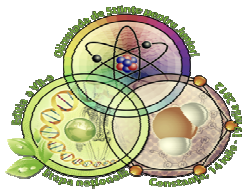
$$m_{\text{apa}} = m; \rho_0 V_a = \rho V,$$

unde V_a este volumul apei rezultat din topirea întregului bloc de gheață;

$$V_a = V \frac{\rho}{\rho_0}; \quad \rho < \rho_0; V_a < V,$$

adică volumul apei rezultată din topirea întregului bloc de gheață este mai mic decât volumul întregului bloc de gheață, așa cum indică figura 2. 1 punct

Ca urmare a topirii blocului de gheață, variația volumului produsă în interiorul apei din vas este:



Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului
 Inspectoratul Școlar Județean Constanța
 Olimpiada de Științe pentru Juniori
 Ediția a VII-a , Constanța - 15-19 iulie 2012
 Proba Teoretică – Fizică - BAREM

$$\Delta V = V - V_a = V - V \frac{\rho}{\rho_0} = V \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0} \right) = \frac{T_0}{\rho_0 g \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0} \right)} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0} \right) = \frac{T_0}{\rho_0 g}. \quad \text{1 punct}$$

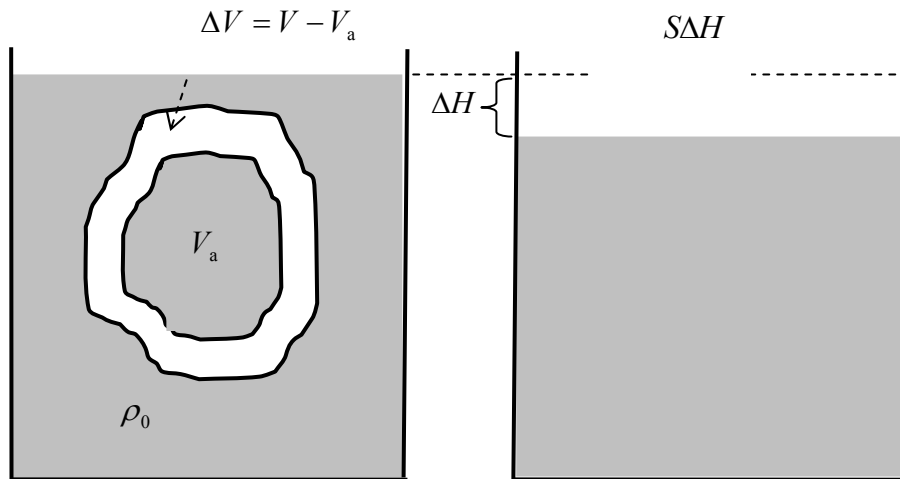


Fig. 2

1 punct

În aceste condiții, coborârea nivelului lichidului din vas, după topirea gheții se calculează din condiția:

$$\Delta V = S\Delta H;$$

$$\Delta H = \frac{T_0}{\rho_0 S g}. \quad \text{2 puncte}$$

b) 6 puncte

1) 3 puncte

Forțele care, la momentul inițial, asigură echilibrul blocului de gheață, fiind cele reprezentate în figura 3, rezultă:

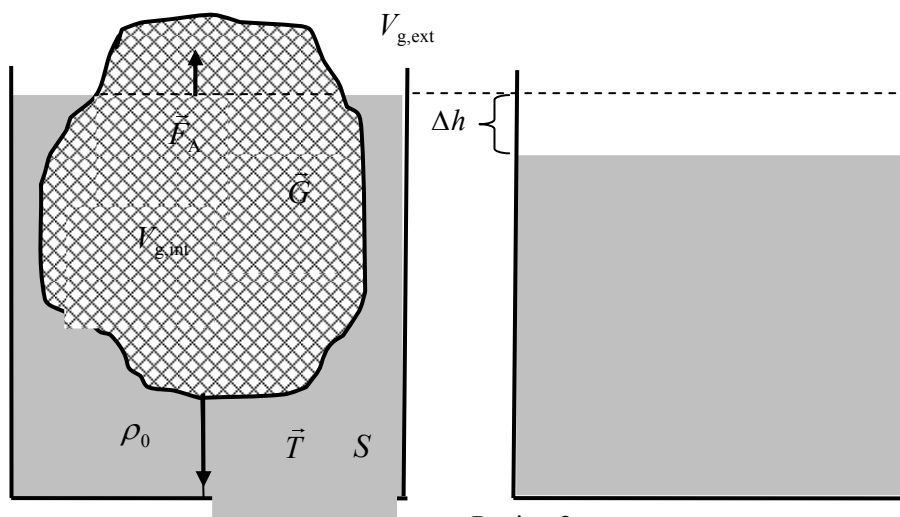
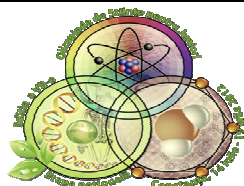


Fig. 3



Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului
Inspectoratul Școlar Județean Constanța
Olimpiada de Științe pentru Juniori
Ediția a VII-a , Constanța - 15-19 iulie 2012
Proba Teoretică – Fizică - BAREM

$$\vec{T} + \vec{G} + \vec{F}_A = 0;$$

$$T + G = F_A;$$

$$T + mg = m_0 g,$$

unde m și respectiv m_0 sunt masele blocului de gheață și respectiv a volumului de apă dezlocuit de porțiunea scufundată a blocului;

$$T + \rho V g = \rho_0 V_0 g,$$

unde ρ și respectiv ρ_0 sunt densitățile gheții și respectiv a apei, iar V_0 este volumul porțiunii din blocul de gheață scufundată în apă;

$$T + (V_{g,int} + V_{g,ext}) \rho g = \rho_0 V_{g,int} g,$$

unde $V_{g,int} = V_0$ și respectiv $V_{g,ext}$ sunt volumele celor două porțiuni, interioară și respectiv exterioară, ale blocului de gheață.

Se dovedește ușor, având în vedere conservarea masei, că volumele de apă rezultate din topirea celor două sectoare ale blocului de gheață, sunt:

$$V_{a,int} = \frac{\rho}{\rho_0} V_{g,int} < V_{g,int};$$

$$V_{a,ext} = \frac{\rho}{\rho_0} V_{g,ext} < V_{g,ext},$$

astfel încât, avem:

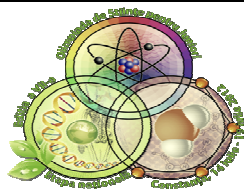
$$V_{g,int} = \frac{\rho_0}{\rho} V_{a,int}; \quad V_{g,ext} = \frac{\rho_0}{\rho} V_{a,ext};$$

$$T + \left(\frac{\rho_0}{\rho} V_{a,int} + \frac{\rho_0}{\rho} V_{a,ext} \right) \rho g = \rho_0 \frac{\rho_0}{\rho} V_{a,int} g;$$

$$T + \rho_0 (V_{a,int} + V_{a,ext}) g = \rho_0 \frac{\rho_0}{\rho} V_{a,int} g;$$

$$T + \rho_0 g V_{a,ext} = \rho_0 g \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right) V_{a,int}.$$

Comparând volumul “cavității” eliberată de topirea sectorului interior al blocului, având valoarea $V_{g,int}$, cu volumul întregii cantități de apă, $(V_{a,int} + V_{a,ext})$, rezultată din topirea întregului bloc de gheață, rezultă:



Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului
Inspectoratul Școlar Județean Constanța
Olimpiada de Științe pentru Juniori
Ediția a VII-a , Constanța - 15-19 iulie 2012
Proba Teoretică – Fizică - BAREM

$$\Delta V = V_{g,int} - (V_{a,int} + V_{a,ext}) = \frac{\rho_0}{\rho} V_{a,int} - V_{a,int} - V_{a,ext} = \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right) V_{a,int} - V_{a,ext};$$

$$\Delta V = \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right) V_{a,int} - V_{a,ext}; \quad \Delta V = S \Delta h,$$

unde Δh este variația nivelului apei din vas datorată topirii întregului bloc de gheață;

$$\left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right) V_{a,int} - V_{a,ext} = S \Delta h;$$

$$\left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right) V_{a,int} = V_{a,ext} + S \Delta h;$$

$$T + \rho_0 g V_{a,ext} = \rho_0 g \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right) V_{a,int};$$

$$T + \rho_0 g V_{a,ext} = \rho_0 g (V_{a,ext} + S \Delta h);$$

$$T = \rho_0 g S \Delta h; \quad \Delta h = \frac{T}{\rho_0 g S}.$$

2) 2 puncte

$$T_0 + \rho V g = \rho_0 V_0 g,$$

$$V_0 = V;$$

$$T_0 + \rho V g = \rho_0 V g,$$

$$T + (V_{g,int} + V_{g,ext}) \rho g = \rho_0 V_{g,int} g,$$

$$V_{g,int} + V_{g,ext} = V;$$

$$T + \rho V g = \rho_0 V_{g,int} g,$$

$$V > V_{g,int};$$

$$T_0 + \rho V g > T + \rho V g;$$

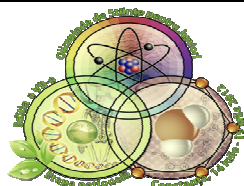
$$T_0 > T; \quad \Delta H > \Delta h..$$

3) 1 punct

$$T + (V_{g,int} + V_{g,ext}) \rho g = \rho_0 V_{g,int} g;$$

$$T = 0;$$

$$(V_{g,int} + V_{g,ext}) \rho = \rho_0 V_{g,int};$$



Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului
Inspectoratul Școlar Județean Constanța
Olimpiada de Științe pentru Juniori
Ediția a VII-a , Constanța - 15-19 iulie 2012
Proba Teoretică – Fizică - BAREM

$$V_{g,int} \left(1 + \frac{V_{g,ext}}{V_{g,int}} \right) \rho = \rho_0 V_{g,int} ;$$

$$\frac{V_{g,ext}}{V_{g,int}} = \frac{\rho_0 - \rho}{\rho} = \frac{\rho_0}{\rho} - 1.$$

c) 5 puncte

1) 2 puncte

Deoarece ambele blocuri de gheață plutesc pe suprafața apei din vas și deoarece blocul 1 plutește scufundat la o adâncime mai mare decât blocul 2, înseamnă că densitățile lor medii îndeplinesc condițiile:

$$\rho_{m1} < \rho_0; \rho_{m2} < \rho_0; \rho_{m1} > \rho_{m2},$$

unde ρ_0 este densitatea apei, ceea ce poate dovedi, așa cum indică figura 4, că blocul 1 este un bloc masiv (omogen) de gheață, iar blocul 2 este un bloc neomogen, având în interior o bucată de lemn, a cărui densitate este: $\rho_{lemn} < \rho_{gheata}$; $\rho_{lemn} < \rho_0$.

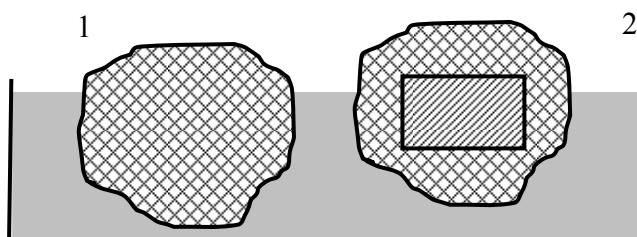


Fig. 4

2) 3 puncte

Pentru topirea blocului masiv de gheață, așa cum indică figura 5, se dovedește că:

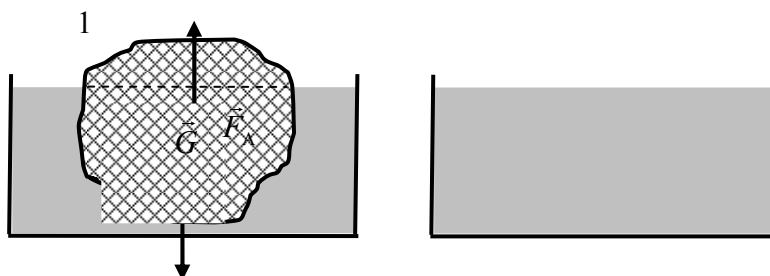
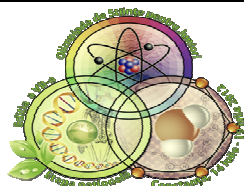


Fig. 5

$$G = F_A; m = m_0; \rho_g (V_{g,int} + V_{g,ext}) = \rho_0 V_{g,int};$$

$$(\rho_0 - \rho_g) \cdot V_{g,int} = \rho_g V_{g,ext};$$



Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului
Inspectoratul Școlar Județean Constanța
Olimpiada de Științe pentru Juniori
Ediția a VII-a , Constanța - 15-19 iulie 2012
Proba Teoretică – Fizică - BAREM

$$V_{g,int} = \frac{\rho_0}{\rho} V_{a,int}; \quad V_{g,ext} = \frac{\rho_0}{\rho} V_{a,ext};$$

$$(\rho_0 - \rho_g) \frac{\rho_0}{\rho} V_{a,int} = \rho_g \frac{\rho_0}{\rho} V_{a,ext}; \quad (\rho_0 - \rho_g) \cdot V_{a,int} = \rho_g V_{a,ext}.$$

Comparând volumul “cavității” eliberată de topirea sectorului interior al blocului, având valoarea $V_{g,int}$, cu volumul întregii cantități de apă, $(V_{a,int} + V_{a,ext})$, obținută din topirea întregului bloc de gheață,

$$\text{rezultă: } \Delta V = V_{g,int} - (V_{a,int} + V_{a,ext}) = \frac{\rho_0}{\rho} V_{a,int} - V_{a,int} - V_{a,ext} = \frac{(\rho_0 - \rho_g) V_{a,int}}{\rho_g} - V_{a,ext};$$

$$\Delta V = \frac{\rho_g V_{a,ext}}{\rho_g} - V_{a,ext} = 0,$$

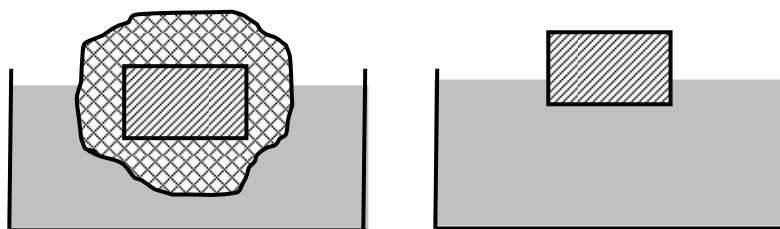
ceea ce presupune invarianța nivelului apei din vas, ca urmare a topirii blocului masiv de gheață.

Datorita topirii gheții din blocul 1 variația nivelului apei din vas este nula ($\Delta h_1 = 0$).

Pentru topirea blocului de gheață, în care se află o bucată de lemn, așa cum indică figura 6, se dovedește că:

Fig. 6

$$\vec{G}_{gheata} + \vec{G}_{lemn} + \vec{F}_A = 0;$$



$$m_{gheata} + m_{lemn} = m_{apa,db},$$

unde: m_{gheata} – masa peretelui de gheață al blocului; m_{lemn} – masa bucatii de lemn din interiorul blocului de gheață; $m_{apa,db}$ – masa apei dezlocuită de sectorul din bloc scufundat în apă;

$$\rho_g V_g + \rho_{lemn} V_{lemn} = \rho_0 V_{apa,db};$$

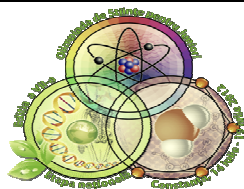
$$V_{apa,db} = \frac{\rho_g}{\rho_0} V_g + \frac{\rho_{lemn}}{\rho_0} V_{lemn}.$$

Topirea peretelui de gheață al blocului se face cu respectarea conservării masei, adică:

$$m_g = m_{apa \text{ rezultata topire}} = m_{art}; \quad \rho_g V_g = \rho_0 V_{art}; \quad V_{art} = \frac{\rho_g}{\rho_0} V_g,$$

unde V_g este volumul peretelui de gheață al blocului.

După topirea peretelui de gheață al blocului, bucată de lemn este eliberată și va pluti pe suprafața apei din vas. Din condiția de plutire a bucatii de lemn, rezultă:



Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului
Inspectoratul Școlar Județean Constanța
Olimpiada de Științe pentru Juniori
Ediția a VII-a , Constanța - 15-19 iulie 2012
Proba Teoretică – Fizică - BAREM

$$m_{\text{lemn}} = m_{\text{apă dezlucuită lemn}} = m_{\text{adl}}; \rho_{\text{lemn}} V_{\text{lemn}} = \rho_0 V_{\text{apă dezlucuită lemn}} = \rho_0 V_{\text{adl}};$$

$$V_{\text{adl}} = \frac{\rho_{\text{lemn}}}{\rho_0} V_{\text{lemn}},$$

$$\text{astfel încât: } \Delta V = V_{\text{apa,db}} - (V_{\text{art}} + V_{\text{adl}});$$

$$\Delta V = \frac{\rho_g}{\rho_0} V_g + \frac{\rho_{\text{lemn}}}{\rho_0} V_{\text{lemn}} - \frac{\rho_g}{\rho_0} V_g - \frac{\rho_{\text{lemn}}}{\rho_0} V_{\text{lemn}} = 0,$$

ceea ce presupune invarianța nivelului apei din vas, ca urmare a topirii peretelui de gheață, în interiorul căruia se află bucata de lemn, în timp ce aceasta plutește pe suprafața apei din vas.

Datorită topirii gheții din blocul 2 variația nivelului apei din vas este nulă ($\Delta h_2 = 0$).

După topirea gheții din cele două blocuri, nivelul apei din vas nu se modifică:

$$\Delta h = \Delta h_1 + \Delta h_2 = 0.$$

Prof. dr. Mihail Sandu

G.Ș.E.A.S. Călimănești

Prof. Victor Păunescu

Gr.Șc. "Dacia" București